36

C.S(P)-2010

DO NOT OPEN THIS TEST BOOKLET UNTIL YOU ARE ASKED TO DO SO

T.B.C. : N-DTQ-K-OCV

TEST BOOKLET SERIES

A

Serial № 031641

TEST BOOKLET

MATHEMATICS

Time Allowed : Two Hours | ***Maximum Marks : 300***

INSTRUCTIONS

1. IMMEDIATELY AFTER THE COMMENCEMENT OF THE EXAMINATION, YOU SHOULD CHECK THAT THIS TEST BOOKLET DOES ***NOT*** HAVE ANY UNPRINTED OR TORN OR MISSING PAGES OR ITEMS, ETC. IF SO, GET IT REPLACED BY A COMPLETE TEST BOOKLET.
2. ENCODE CLEARLY THE TEST BOOKLET SERIES **A, B, C** OR **D** AS THE CASE MAY BE IN THE APPROPRIATE PLACE IN THE ANSWER SHEET.
3. You have to enter your Roll Number on the Test Booklet in the Box provided alongside. ***DO NOT*** write ***anything else*** on the Test Booklet.
4. This Test Booklet contains **100** items (questions). Each item is printed both in **Hindi** and **English**. Each item comprises four responses (answers). You will select the response which you want to mark on the Answer Sheet. In case you feel that there is more than one correct response, mark the response which you consider the best. In any case, choose ***ONLY ONE*** response for each item.
5. You have to mark all your responses ***ONLY*** on the separate Answer Sheet provided. See directions in the Answer Sheet.
6. All items carry equal marks.
7. Before you proceed to mark in the Answer Sheet the response to various items in the Test Booklet, you have to fill in some particulars in the Answer Sheet as per instructions sent to you with your Admission Certificate.
8. After you have completed filling in all your responses on the Answer Sheet and the examination has concluded, you should hand over to the Invigilator ***only the Answer Sheet***. You are permitted to take away with you the Test Booklet.
9. Sheets for rough work are appended in the Test Booklet at the end.
10. **Penalty for wrong answers :**
    THERE WILL BE PENALTY FOR WRONG ANSWERS MARKED BY A CANDIDATE IN THE OBJECTIVE TYPE QUESTION PAPERS.
    (i) There are four alternatives for the answer to every question. For each question for which a wrong answer has been given by the candidate, **one-third (0·33)** of the marks assigned to that question will be deducted as penalty.
    (ii) If a candidate gives more than one answer, it will be treated as a **wrong answer** even if one of the given answers happens to be correct and there will be same penalty as above to that question.
    (iii) If a question is left blank, i.e., no answer is given by the candidate, there will be **no penalty** for that question.

DO NOT OPEN THIS TEST BOOKLET UNTIL YOU ARE ASKED TO DO SO

ध्यान दें : अनुदेशों का हिन्दी रूपान्तर इस पुस्तिका के पिछले पृष्ठ पर छपा है ।

***Directions** : For the three (03) items which follow :*

Consider the curve $x(x^2 + y^2) = a(x^2 - y^2)$

1. What is the area of the loop of the curve ?

(a) $\left(2 - \frac{\pi}{2}\right)a^2$

(b) $\left(2 + \frac{\pi}{2}\right)a^2$

(c) $\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)a^2$

(d) None of the above

2. What is area between the curve and the line $x + a = 0$?

(a) $\left(2 - \frac{\pi}{2}\right)a^2$

(b) $\left(2 + \frac{\pi}{2}\right)a^2$

(c) $\left(1 + \frac{\pi}{4}\right)a^2$

(d) None of the above

3. Consider the following statements :

1. There are two asymptotes of the curve parallel to coordinate axes.
2. There are no oblique asymptotes of the curve.

Which of the above statements is/are correct ?

(a) 1 only

(b) 2 only

(c) Both 1 and 2

(d) Neither 1 nor 2

***Directions** : The following four (04) items consist of two statements, Statement I and Statement II. You are to examine these two statements carefully and select the answers to these items using the code given below :*

Code :

(a) Both the statements are individually true and Statement II is the correct explanation of Statement I.

(b) Both the statements are individually true but Statement II is ***not*** the correct explanation of Statement I.

(c) Statement I is true but Statement II is false.

(d) Statement I is false but Statement II is true.

4. *Statement I :* Let H be a subgroup of (Q, +) where Q is the set of rationals and $H \neq Q$. Then Q is not a subset of $\left\{\frac{1}{n}h : h \in H\right\}$ for any positive integer n.

Statement II : If G is any group and H is a subgroup of G, $H \neq G$, then $\{g^n : g \in G\}$ is not a subset of H for any positive integer n.

5. Let $f : \mathbb{R} \to M_3(\mathbb{R})$ where $M_3(\mathbb{R})$ is the set of 3×3 matrices over $\mathbb{R}$, be defined as

$$f(x) = \begin{pmatrix} 1 & 1+x & x \\ 2 & 1-x & x \\ 3 & x & 4 \end{pmatrix}$$

Statement I : There exist infinite number of $x \in \mathbb{R}$ for which determinant of f(x) is positive.

Statement II : There are exactly three real numbers x such that determinant of f(x) = 0.

निर्देश : अगले तीन (03) प्रश्नों के लिए :

वक्र $x(x^2 + y^2) = a(x^2 - y^2)$ पर विचार कीजिए

1. वक्र के पाश का क्षेत्रफल क्या है ?

(a) $\left(2 - \frac{\pi}{2}\right)a^2$

(b) $\left(2 + \frac{\pi}{2}\right)a^2$

(c) $\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)a^2$

(d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

2. वक्र और रेखा $x + a = 0$ के बीच का क्षेत्रफल क्या है ?

(a) $\left(2 - \frac{\pi}{2}\right)a^2$

(b) $\left(2 + \frac{\pi}{2}\right)a^2$

(c) $\left(1 + \frac{\pi}{4}\right)a^2$

(d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

3. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

1. निर्देशक अक्षों के समान्तर वक्र के दो अनन्तस्पर्शी हैं ।

2. वक्र के कोई भी तिर्यक अनन्तस्पर्शी नहीं हैं ।

उपर्युक्त कथनों में से कौन सा/से सही है/हैं ?

(a) केवल 1

(b) केवल 2

(c) 1 और 2 दोनों

(d) न तो 1 और न ही 2

निर्देश : निम्नलिखित चार (04) प्रश्नांशों में दो कथन हैं, कथन I और कथन II । इन दोनों कथनों का सावधानीपूर्वक परीक्षण कीजिए और इन प्रश्नांशों के उत्तर नीचे दिए गए कूट की सहायता से चुनिए :

<u>कूट :</u>

(a) दोनों कथन व्यष्टितः सत्य हैं, और कथन II, कथन I का सही स्पष्टीकरण है ।

(b) दोनों कथन व्यष्टितः सत्य हैं, किन्तु कथन II, कथन I का सही स्पष्टीकरण ***नहीं*** है ।

(c) कथन I सत्य है किन्तु कथन II असत्य है ।

(d) कथन I असत्य है किन्तु कथन II सत्य है ।

4. *कथन I :* मान लीजिए H, (Q, +) का उपसमूह है, जहाँ Q परिमेयों का समुच्चय है और $H \neq Q$ है । तो Q, किसी भी धनात्मक पूर्णांक n के लिए, $\left\{\frac{1}{n}h : h \in H\right\}$ का उपसमुच्चय नहीं है ।

कथन II : यदि G कोई समूह है, और H, G का उपसमूह है, $H \neq G$, तो किसी भी धनात्मक पूर्णांक n के लिए $\{g^n : g \in G\}$, H का उपसमुच्चय नहीं है ।

5. मान लीजिए $f : \mathbb{R} \to M_3(\mathbb{R})$ जहाँ $M_3(\mathbb{R})$, $\mathbb{R}$ पर 3×3 आव्यूहों का समुच्चय, परिभाषित है,

$$f(x) = \begin{pmatrix} 1 & 1+x & x \\ 2 & 1-x & x \\ 3 & x & 4 \end{pmatrix}$$

कथन I : $x \in \mathbb{R}$ की अनंत संख्या विद्यमान है जिनके लिए $f(x)$ का सारणिक धनात्मक है ।

कथन II : ठीक तीन वास्तविक संख्याएँ हैं x इस प्रकार कि सारणिक $f(x) = 0$.

6. Consider $\mathbb{R}^* = \mathbb{R}\setminus\{0\}$ which is a group under multiplication.

Let $f : \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}^*$ be given by

$f(r) = 1$ if $r > 0$

$= -1$ if $r < 0$

Statement I : For any $r_1, r_2 \in \mathbb{R}^*$, $f(r_1 r_2) = f(r_1) f(r_2)$.

Statement II : $H = \{r \in \mathbb{R}^* : f(r) = 1\}$ is a subgroup of $\mathbb{R}^*$ and $\mathbb{R}^* = H \cup \{-r : r \in H\}$.

7. *Statement I :* The lines $ax + by + c = 0$, $bx + cy + a = 0$, $cx + ay + b = 0$ are concurrent if $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$.

Statement II : The above three lines are concurrent because the product of their slopes is -1.

8. A particle is projected with a velocity of 10 m/s at an angle of elevation of 60° with the horizontal. What is the equation to trajectory of the projectile ($g = 10\ ms^{-2}$) ?

(a) $2y = 2\sqrt{3}\,x - x^2$

(b) $2y = \sqrt{3}\,x - x^2$

(c) $y = 2\sqrt{3}\,x - x^2$

(d) None of the above

9. A particle executes simple harmonic motion along a straight line given by $x = a \cos(nt + \theta)$ where a, n, θ are constants; x is the distance of the particle from a fixed point O on the line at time t. The velocity of the particle will be the least in magnitude when its distance from the fixed point is

(a) Zero

(b) $\pm$ a

(c) $\pm$ a/2

(d) $\pm$ a/4

10. The law of motion in a straight line is given by $s = vt/2$, where v is the velocity at any instant t. Then which one of the following is correct about the acceleration f ?

(a) f is constant

(b) f must be zero

(c) f is directly proportional to v

(d) f is inversely proportional to v

11. A particle of unit mass, initially at rest at a distance R from a fixed point O is acted upon by a centre of repulsion situated at O repelling with a force k/x^2, where k is a constant and v is the velocity of the particle at a distance x from O at time t. Which one of the following is correct ?

(a) $Rxv^2 = 2k(R - x)$

(b) $Rxv^2 = 2k(R - x)^2$

(c) $Rxv = 2k(R - x)$

(d) $Rxv^2 = 2k(x - R)$

12. The component of a vector $\vec{\mu}$ perpendicular to the vector $\vec{\lambda}$ is $\vec{\mu} - \vec{v}$. What is $\vec{v}$ equal to ?

(a) $\dfrac{\vec{\lambda} \cdot \vec{\mu}}{|\lambda|}\,\vec{\mu}$

(b) $\dfrac{\vec{\lambda} \cdot \vec{\mu}}{|\lambda|^2}\,\vec{\lambda}$

(c) $\dfrac{\vec{\lambda} \cdot \vec{\mu}}{|\lambda|^2}\,\vec{\mu}$

(d) None of the above

6. विचार कीजिए $\mathbb{R}^* = \mathbb{R}\setminus\{0\}$ जो गुणन के अधीन समूह है ।

मान लीजिए $f : \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}^*$,

$$f(r) = 1 \text{ यदि } r > 0$$
$$= -1 \text{ यदि } r < 0$$

द्वारा दिया जाता है ।

कथन I : किसी $r_1, r_2 \in \mathbb{R}^*$ के लिए, $f(r_1 r_2) = f(r_1) f(r_2)$.

कथन II : $H = \{r \in \mathbb{R}^* : f(r) = 1\}$ $\mathbb{R}^*$ का उपसमूह है और $\mathbb{R}^* = H \cup \{-r : r \in H\}$.

7. *कथन I :* रेखाएँ $ax + by + c = 0$, $bx + cy + a = 0$, $cx + ay + b = 0$ संगामी हैं, यदि $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$.

कथन II : उपर्युक्त तीन रेखाएँ संगामी हैं क्योंकि उनकी प्रवणता का गुणनफल -1 है ।

8. एक कण क्षैतिज से 60° के उन्नयन कोण पर 10 m/s के वेग से प्रक्षेपित किया जाता है । प्रोजेक्टाइल के प्रक्षेप-पथ का समीकरण क्या है ($g = 10 \text{ ms}^{-2}$) ?

(a) $2y = 2\sqrt{3}x - x^2$

(b) $2y = \sqrt{3}x - x^2$

(c) $y = 2\sqrt{3}x - x^2$

(d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

9. कोई कण सरल आवर्त गति निष्पादित करता है $x = a \cos (nt + \theta)$ से दी गई सरल रेखा पर, जहाँ a, n; θ स्थिरांक हैं; t समय पर रेखा के स्थिर बिन्दु O से कण की दूरी x है । स्थिर बिन्दु से कण की कितनी दूरी होने पर, कण का वेग, परिमाण में न्यूनतम होगा ?

(a) शून्य

(b) $\pm a$

(c) $\pm a/2$

(d) $\pm a/4$

10. एक सरल रेखा में गति का नियम $s = vt/2$ द्वारा दिया गया है, जहाँ v किसी क्षण t पर वेग है । तो त्वरण f के लिए निम्नलिखित में से कौन सा एक सही है ?

(a) f स्थिरांक है

(b) f शून्य ही होना चाहिए

(c) f, v का अनुक्रमानुपाती है

(d) f, v का व्युत्क्रमानुपाती है

11. स्थिर बिन्दु O से R दूरी पर प्रारंभिक रूप से विराम अवस्था के इकाई द्रव्यमान के कण पर प्रतिकर्षण बल k/x^2 कार्यशील होता है जिसका प्रतिकर्षण केन्द्र O पर स्थित है, जहाँ k स्थिरांक और कण का t समय पर O से x दूरी पर वेग v है । निम्नलिखित में से कौन सा एक, सही है ?

(a) $Rxv^2 = 2k(R - x)$

(b) $Rxv^2 = 2k(R - x)^2$

(c) $Rxv = 2k(R - x)$

(d) $Rxv^2 = 2k(x - R)$

12. सदिश $\vec{\lambda}$ की लंब दिशा में सदिश $\vec{\mu}$ का घटक $\vec{\mu} - \vec{v}$ है । $\vec{v}$ किसके बराबर है ?

(a) $\dfrac{\vec{\lambda} \bullet \vec{\mu}}{|\lambda|} \vec{\mu}$

(b) $\dfrac{\vec{\lambda} \bullet \vec{\mu}}{|\lambda|^2} \vec{\lambda}$

(c) $\dfrac{\vec{\lambda} \bullet \vec{\mu}}{|\lambda|^2} \vec{\mu}$

(d) उपर्युक्त में से किसी के नहीं

13. What is the area bounded by the line $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$, the x-axis and the normal to the line from origin (α is the angle the normal from origin makes with the x-axis) ?

(a) $(p^2 \cos^2 \alpha)/2$

(b) $p^2 \cos \alpha$

(c) $p^2 \tan \alpha$

(d) $(p^2 \tan \alpha)/2$

14. The equation to circle in polar coordinates is given by $r = a \cos \theta + b \sin \theta$. What is the centre of the circle ?

(a) $(a^2 + b^2)^{1/2}, \ \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$

(b) $(a^2 + b^2)^{1/2}, \ \tan^{-1}\left(\frac{a}{b}\right)$

(c) $\frac{(a^2 + b^2)^{1/2}}{2}, \ \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$

(d) $\frac{(a^2 + b^2)^{1/2}}{2}, \ \tan^{-1}\left(\frac{a}{b}\right)$

15. OABC is a unit square where O is the origin. The side OA makes an angle 45° with the x-axis. What is the equation of the diagonal AC ? (The square lies in first and fourth quadrants)

(a) $y = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(b) $y = \frac{1}{2}$

(c) $y = 1$

(d) $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

16. The vertex of the parabola is at (2, 1) and the directrix is $x - y + 1 = 0$. Where is the focus of the parabola ?

(a) (3, 1)

(b) (3, 0)

(c) (2, 3)

(d) (4, 1)

17. If $f(a) = (\ln a)^{-1}$, $a > 1$ and $f(x) = \int a^x \, dx + k$ (where k is a constant of integration), then what is f(x) equal to ?

(a) $\frac{a^x - a^a + 1}{\ln a}$

(b) $\frac{a^x - a^a}{\ln a}$

(c) $\frac{a^x + a^a + 1}{\ln a}$

(d) $\frac{a^x + a^a - 1}{\ln a}$

18. Let $f(x) = x - |x - x^2|$, $x \in [-1, 1]$. What is the number of points at which f(x) is discontinuous ?

(a) No point

(b) 1

(c) 2

(d) 3

19. If f(x) satisfies the requirements of Rolle's theorem in [1, 2] and f′(x) is continuous in [1, 2], then what is the value of $\int_1^2 f'(x)\,dx$?

(a) 0

(b) 1

(c) –1

(d) 3

13. रेखा $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$, x-अक्ष और रेखा पर मूलबिन्दु से डाले अभिलम्ब (मूलबिन्दु से डाला गया अभिलम्ब x-अक्ष से α कोण बनाता है) द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल क्या है ?

(a) $(p^2 \cos^2 \alpha)/2$

(b) $p^2 \cos \alpha$

(c) $p^2 \tan \alpha$

(d) $(p^2 \tan \alpha)/2$

14. ध्रुवीय निर्देशांकों में वृत्त का समीकरण $r = a \cos \theta + b \sin \theta$ है । वृत्त का केन्द्र क्या है ?

(a) $(a^2 + b^2)^{1/2},\ \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$

(b) $(a^2 + b^2)^{1/2},\ \tan^{-1}\left(\frac{a}{b}\right)$

(c) $\frac{(a^2 + b^2)^{1/2}}{2},\ \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$

(d) $\frac{(a^2 + b^2)^{1/2}}{2},\ \tan^{-1}\left(\frac{a}{b}\right)$

15. OABC एक इकाई वर्ग है जहाँ O मूलबिन्दु है । भुजा OA, x-अक्ष के साथ 45° का कोण बनाती है । विकर्ण AC का समीकरण क्या है ? (वर्ग प्रथम और चतुर्थ चतुर्थांश में स्थित है)

(a) $y = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(b) $y = \frac{1}{2}$

(c) $y = 1$

(d) $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

16. (2, 1) पर परवलय का शीर्ष है और $x - y + 1 = 0$ नियता है । परवलय की नाभि कहाँ है ?

(a) (3, 1)

(b) (3, 0)

(c) (2, 3)

(d) (4, 1)

17. यदि $f(a) = (ln\ a)^{-1}$, $a > 1$ और $f(x) = \int a^x\, dx + k$ (जहाँ k समाकलन स्थिरांक है), तो f(x) किसके बराबर है ?

(a) $\frac{a^x - a^a + 1}{ln\ a}$

(b) $\frac{a^x - a^a}{ln\ a}$

(c) $\frac{a^x + a^a + 1}{ln\ a}$

(d) $\frac{a^x + a^a - 1}{ln\ a}$

18. मान लीजिए $f(x) = x - |x - x^2|$, $x \in [-1, 1]$ है । उन बिन्दुओं की संख्या क्या है जिन पर f(x) असंतत है ?

(a) कोई बिन्दु नहीं है

(b) 1

(c) 2

(d) 3

19. यदि f(x), रोले प्रमेय की आवश्यकताओं को [1, 2] में संतुष्ट करता है और f′(x), [1, 2] में संतत है, तो $\int_1^2 f'(x)\, dx$ का मान क्या है ?

(a) 0

(b) 1

(c) −1

(d) 3

20. What is the greatest value of $f(x) = \int_{-\frac{1}{2}}^{x} |t| \, dt$ on the interval $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$?

(a) 3/8

(b) 1/4

(c) –3/8

(d) –1/2

21. Let $(1x_2x_3...x_k)_2$ be the binary number obtained on converting the decimal number 10^4.

Consider the following statements :

1. $k = 13$.
2. The number of $j \in \{2, 3, 4, ..., k\}$ such that $x_j = 0$ is 8.

Which of the statements given above is/are correct ?

(a) 1 only

(b) 2 only

(c) Both 1 and 2

(d) Neither 1 nor 2

22. Let n, m be positive integers. Let $x_{t-1}...x_1x_0$ be the representation of n in the binary system and let $y_{k-1}...y_1y_0$ be the representation of m in the binary system.

Let $A = \{ j \in \{0, 1, 2, ..., t-1\} : x_j = 1\}$ and

$B = \{i \in \{0, 1, 2, ..., k-1\} : y_i = 1\}$.

Consider the following statements :

1. If n > m, then the number of elements of A will be greater than the number of elements of B.
2. If n = 1000, then A contains exactly 6 elements and if m = 100, then B contains exactly 3 elements.

Which of the statements given above is/are correct ?

(a) 1 only

(b) 2 only

(c) Both 1 and 2

(d) Neither 1 nor 2

23. Consider the following rings under usual addition and multiplication as ring operations :

1. $\{p + q\sqrt{2} : p, q \in \mathbb{Z}\}$
2. $\{p + q\sqrt{2} : p, q \in Q\}$

Which of the above rings is/are fields ?

(a) 1 only

(b) 2 only

(c) Both 1 and 2

(d) Neither 1 nor 2

24. Let (G, $*$) be a finite group with $o(G) = n \geq 2$. For any $g \in G$, let o(g) denote the smallest positive integer m such that $g^m = e$ where $g^m = g*g*g$ ...... m factors.

Let $\max_{g \in G} o(g) = 2$

Which one of the following is correct ?

(a) $g_1 * g_2 = g_2 * g_1$ for all $g_1, g_2 \in G$ only if n is a prime number.

(b) (G, $*$) is abelian only if n is a composite number.

(c) (G, $*$) is abelian only if n is not divisible by p^2 for any prime number p.

(d) (G, $*$) is abelian irrespective of nature of n.

25. Consider the following statements :

1. Let $\mathbb{R}$ be a ring such that xy = 0 in $\mathbb{R}$ implies either x = 0 or y = 0. If r is a non-zero element of $\mathbb{R}$ such that $r^2 = r$, then $rx = xr = x$ for any $x \in \mathbb{R}$.
2. In $\mathbb{Z}_9$, the ring of integers with addition and multiplicative modulo 9, there exists no element r, $r \in \mathbb{R} - \{0, 1\}$ such that $r^2 = r$.

Which of the statements given above is/are correct ?

(a) 1 only

(b) 2 only

(c) Both 1 and 2

(d) Neither 1 nor 2

20. $f(x) = \int_{-\frac{1}{2}}^{x} |t|\, dt$ का अंतराल $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ पर महत्तम मान क्या है ?

(a) 3/8

(b) 1/4

(c) –3/8

(d) –1/2

21. मान लीजिए कि द्विधारी संख्या $(1x_2x_3...x_k)_2$ दशमलव संख्या 10^4 को परिवर्तित करके प्राप्त होती है ।

निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

1. $k = 13$.

2. $j \in \{2, 3, 4, ..., k\}$ की संख्या इस प्रकार से है कि $x_j = 0$ पर 8 है ।

उपर्युक्त कथनों में से कौन सा/से सही है/हैं ?

(a) केवल 1

(b) केवल 2

(c) 1 और 2 दोनों

(d) न तो 1 और न ही 2

22. मान लीजिए कि n, m धनात्मक पूर्णांक हैं । मान लीजिए $x_{t-1}...x_1x_0$ द्विआधारी पद्धति में n को दर्शाता है और मान लीजिए $y_{k-1}...y_1y_0$ द्विआधारी पद्धति में m को दर्शाता है ।

मान लीजिए, $A = \{j \in \{0, 1, 2, ..., t-1\} : x_j = 1\}$ और $B = \{i \in \{0, 1, 2, ..., k-1\} : y_i = 1\}$.

निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

1. यदि $n > m$, तो A के अवयवों की संख्या B के अवयवों की संख्या से अधिक होगी ।

2. यदि $n = 1000$, तो A में यथातथ 6 अवयव हैं और यदि $m = 100$, तो B में यथातथ 3 अवयव हैं ।

उपर्युक्त कथनों में से कौन सा/से सही है/हैं ?

(a) केवल 1

(b) केवल 2

(c) 1 और 2 दोनों

(d) न तो 1 और न ही 2

23. विचार कीजिए कि निम्नलिखित वलय, वलय संक्रियाओं के रूप में साधारण योग और गुणन के अन्तर्गत हैं :

1. $\{p + q\sqrt{2} : p, q \in \mathbb{Z}\}$

2. $\{p + q\sqrt{2} : p, q \in Q\}$

उपर्युक्त में से कौन सा/से वलय, क्षेत्र है/हैं ?

(a) केवल 1

(b) केवल 2

(c) 1 और 2 दोनों

(d) न तो 1 और न ही 2

24. मान लीजिए (G, ∗) परिमित समूह है, जिसमें $o(G) = n \geq 2$. किसी भी $g \in G$ के लिए, मान लीजिए $o(g)$ निम्नतम धनात्मक पूर्णांक m को प्रदर्शित करता है इस प्रकार कि $g^m = e$ जहाँ $g^m = g*g*g$ ...... m गुणनखंड हैं ।

मान लीजिए $\max\limits_{g \in G} o(g) = 2$

निम्नलिखित में से कौन सा एक सही है ?

(a) $g_1 * g_2 = g_2 * g_1$ सभी $g_1, g_2 \in G$ के लिए केवल यदि n अभाज्य संख्या हो ।

(b) (G, ∗) आबेली है केवल यदि n संयुक्त संख्या है ।

(c) (G, ∗) आबेली है केवल यदि n विभाज्य नहीं है p^2 से, किसी भी अभाज्य संख्या p के लिए ।

(d) (G, ∗) आबेली है चाहे n की प्रकृति कुछ भी हो ।

25. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

1. मान लीजिए $\mathbb{R}$ एक वलय है इस प्रकार कि $xy = 0$, $\mathbb{R}$ में का अर्थ है या तो $x = 0$ या $y = 0$ है । यदि r, $\mathbb{R}$ का एक शून्येतर अवयव है इस प्रकार कि $r^2 = r$ हो, तो किसी भी $x \in \mathbb{R}$ के लिए $rx = xr = x$ है ।

2. योग एवं गुणन मॉड्यूलो 9 वाले, पूर्णांकों के वलय $\mathbb{Z}_9$ में, विद्यमान नहीं है कोई अवयव $r, r \in \mathbb{R} - \{0, 1\}$ इस प्रकार कि $r^2 = r$ है ।

उपर्युक्त कथनों में से कौन सा/से सही है/हैं ?

(a) केवल 1

(b) केवल 2

(c) 1 और 2 दोनों

(d) न तो 1 और न ही 2

26. Consider the following statements :

1. Let $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ and

$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Then $(I - B)(I + B + B^2) = I$.

2. If T is a ring with identity 1 and if $t \in T$ is such that $t^5 = 0$ but $t^4 \neq 0$, then $(1 - t)(1 + t + t^2 + t^3) = 1$.

Which of the statements given above is/are correct ?

(a) 1 only

(b) 2 only

(c) Both 1 and 2

(d) Neither 1 nor 2

27. What is $\lim_{x \to \infty} (\sqrt[3]{1 - x^3} + x)$ equal to ?

(a) 0

(b) 1

(c) –1

(d) It does not exist

28. If [.] denotes the greatest integer function, then what is $\int_a^b [x]\,dx + \int_a^b [-x]\,dx$ equal to ?

(a) $a - b$

(b) $2(a - b)$

(c) 0

(d) $b - a$

29. What is the particular integral of

$$\frac{d^2y}{dx^2} - (a + b)\frac{dy}{dx} + aby = \varphi(x)\ ?$$

(a) $e^{ax}\int \left[e^{(a-b)x}\left(\int \varphi e^{bx}\,dx\right)\right] dx$

(b) $e^{ax}\int \left[e^{-(a-b)x}\left(\int \varphi e^{-bx}\,dx\right)\right] dx$

(c) $e^{-ax}\int \left[e^{-(a-b)x}\left(\int \varphi e^{bx}\,dx\right)\right] dx$

(d) None of the above

30. What is the area of the region $[(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1 \leq x + y]$?

(a) $(\pi - 1)/2$

(b) $(\pi - 2)/4$

(c) $(\pi + 1)/2$

(d) $(\pi + 2)/4$

26. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

1. मान लीजिए $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ और

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

तब $(I - B)(I + B + B^2) = I$.

2. यदि T तत्समक 1 के साथ वलय है और यदि $t \in T$ इस प्रकार कि $t^5 = 0$ किन्तु $t^4 \neq 0$, तब $(1 - t)(1 + t + t^2 + t^3) = 1$.

उपर्युक्त कथनों में से कौन सा/से सही है/हैं ?

(a) केवल 1

(b) केवल 2

(c) 1 और 2 दोनों

(d) न तो 1 और न ही 2

27. $\lim_{x \to \infty} (\sqrt[3]{1 - x^3} + x)$ किसके बराबर है ?

(a) 0

(b) 1

(c) –1

(d) यह विद्यमान नहीं है

28. यदि [.] महत्तम पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता है, तो

$$\int_a^b [x]\,dx + \int_a^b [-x]\,dx$$

का मान किसके बराबर है ?

(a) a – b

(b) 2 (a – b)

(c) 0

(d) b – a

29. $\frac{d^2y}{dx^2} - (a+b)\frac{dy}{dx} + aby = \varphi(x)$

का विशेष समाकल क्या है ?

(a) $e^{ax}\int\left[e^{(a-b)x}\left(\int \varphi e^{bx}\,dx\right)\right]dx$

(b) $e^{ax}\int\left[e^{-(a-b)x}\left(\int \varphi e^{-bx}\,dx\right)\right]dx$

(c) $e^{-ax}\int\left[e^{-(a-b)x}\left(\int \varphi e^{bx}\,dx\right)\right]dx$

(d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

30. क्षेत्र $[(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1 \leq x + y]$ का क्षेत्रफल क्या है ?

(a) $(\pi - 1)/2$

(b) $(\pi - 2)/4$

(c) $(\pi + 1)/2$

(d) $(\pi + 2)/4$

31. What is the general solution of

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + x\left(\frac{dy}{dx}\right) - y = 0 ?$$

(a) $cx - x^2$

(b) $c^2x + c$

(c) $c^2x - c$

(d) $cx + c^2$

where c is a constant.

32. Consider the following statements :

1. It is impossible to find a polynomial equation $f(x) = 0$ with real coefficients whose only roots are i, $-i$ and $1 + 2i$.
2. If $f(x) = 0$ is a polynomial equation with real coefficients and if $f(a + ib) = 0$, then $f(\pm a \pm ib) = 0$.

Which of the statements given above is/are correct ?

(a) 1 only

(b) 2 only

(c) Both 1 and 2

(d) Neither 1 nor 2

33. Consider the following statements :

1. If n, n + 1, n + 2 are the roots of $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ for some natural number n, then any root of $6x^3 - 11x^2 + 6x - 1 = 0$ will be a rational number.
2. There exists a cubic polynomial $f(x)$ with integer coefficients such that $f(x) = 0$ has no multiple roots but $f'(x) = 0$ has multiple roots.

Which of the statements given above is/are correct ?

(a) 1 only

(b) 2 only

(c) Both 1 and 2

(d) Neither 1 nor 2

34. Consider the following statements :

1. There exists a cyclic group G admitting elements g, x $(x \neq e)$ such that $g^n \neq e$ for any $n \in \mathbb{N}$ but $x^t = e$ for some positive integer t.
2. Let $G = \langle g \rangle$, where $\langle g \rangle$ represents the cyclic group generated by g with $o(G) = 18$. If $H = \langle g^2 \rangle \cap \langle g^3 \rangle$, then the number of elements in H equals 3.

Which of the statements given above is/are correct ?

(a) 1 only

(b) 2 only

(c) Both 1 and 2

(d) Neither 1 nor 2

35. Consider the group $G = C^*$ of non-zero complex numbers under multiplication. Let $f : C^* \to C^*$ be given by $f(z) = z^{16}$ for any $z \in C^*$. Let $\omega \in C^*$. What is the number of $z \in C^*$ such that $f(z) = \omega$?

(a) 0

(b) 2

(c) 8

(d) 16

36. Consider the following statements :

1. Let $S = 2\mathbb{Z} \cup 3\mathbb{Z}$ where $\mathbb{Z}$ denotes the ring of integers under algebraic addition and multiplication. If $p, q \in S$, then $pq \in S$. However, there exist $m, n \in S$ such that $m - n \notin S$.
2. Let $\mathbb{R}$ be a ring of real numbers under algebraic addition and multiplication. Let $n > 1$ be such that $x^n = x$ for all $x \in \mathbb{R}$. If $a, b \in \mathbb{R}$ are such that $ab = 0$, then $ba = 0$.

Which of the statements given above is/are correct ?

(a) 1 only

(b) 2 only

(c) Both 1 and 2

(d) Neither 1 nor 2

31. $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + x\left(\frac{dy}{dx}\right) - y = 0$ का व्यापक हल क्या है ?

(a) $cx - x^2$

(b) $c^2x + c$

(c) $c^2x - c$

(d) $cx + c^2$

जहाँ c एक स्थिरांक है ।

32. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

1. वास्तविक गुणांकों वाला बहुपदीय समीकरण $f(x) = 0$ को जिसके मूल केवल $i, -i$ और $1 + 2i$ हों, निकालना असम्भव है ।
2. यदि वास्तविक गुणांकों वाला एक बहुपदीय समीकरण $f(x) = 0$ हो, और यदि $f(a + ib) = 0$ हो, तो $f(\pm a \pm ib) = 0$ होगा ।

उपर्युक्त कथनों में से कौन सा/से सही है/हैं ?

(a) केवल 1

(b) केवल 2

(c) 1 और 2 दोनों

(d) न तो 1 और न ही 2

33. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

1. यदि किसी धन पूर्णांक n के लिए $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ के मूल $n, n + 1, n + 2$ हों, तो $6x^3 - 11x^2 + 6x - 1 = 0$ का कोई मूल परिमेय संख्या होगी ।
2. त्रिघात बहुपद $f(x)$ विद्यमान है पूर्णांक गुणांकों के साथ इस प्रकार कि $f(x) = 0$ का कोई बहुल मूल नहीं है किन्तु $f'(x) = 0$ के बहुल मूल हैं ।

उपर्युक्त कथनों में से कौन सा/से सही है/हैं ?

(a) केवल 1

(b) केवल 2

(c) 1 और 2 दोनों

(d) न तो 1 और न ही 2

34. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

1. अवयवों $g, x\ (x \neq e)$ को स्वीकार करता हुआ चक्रीय समूह G विद्यमान है इस प्रकार कि $g^n \neq e$ किसी $n \in \mathbb{N}$ के लिए किन्तु $x^t = e$ कुछ धन पूर्णांक t के लिए ।
2. मान लीजिए $G = \langle g \rangle$, जहाँ $\langle g \rangle$ निरूपित करता है g द्वारा जनित चक्रीय समूह $o(G) = 18$ के साथ । यदि $H = \langle g^2 \rangle \cap \langle g^3 \rangle$, तो H में अवयवों की संख्या 3 के बराबर है ।

उपर्युक्त कथनों में से कौन सा/से सही है/हैं ?

(a) केवल 1

(b) केवल 2

(c) 1 और 2 दोनों

(d) न तो 1 और न ही 2

35. गुणन के अधीन शून्येतर सम्मिश्र संख्याओं के समूह $G = C^*$ पर विचार कीजिए । मान लीजिए $f : C^* \to C^*$ दिया जाता है $f(z) = z^{16}$ द्वारा, किसी भी $z \in C^*$ के लिए । मान लीजिए $\omega \in C^*$ है । $z \in C^*$ की संख्या क्या है, इस प्रकार कि $f(z) = \omega$?

(a) 0

(b) 2

(c) 8

(d) 16

36. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

1. मान लीजिए $S = 2\mathbb{Z} \cup 3\mathbb{Z}$ जहाँ $\mathbb{Z}$ बीजीय योग और गुणन के अन्तर्गत पूर्णांकों के वलय को द्योतित करता है । यदि $p, q \in S$, तब $pq \in S$. तथापि $m, n \in S$ विद्यमान हैं इस प्रकार कि $m - n \notin S$ है ।
2. मान लीजिए, बीजीय योग और गुणन के अन्तर्गत $\mathbb{R}$, वास्तविक संख्याओं का एक वलय है । मान लीजिए $n > 1$ इस प्रकार कि $x^n = x$, सभी $x \in \mathbb{R}$ के लिए । यदि $a, b \in \mathbb{R}$ इस तरह से हैं कि $ab = 0$ हो, तो $ba = 0$ है ।

उपर्युक्त कथनों में से कौन सा/से सही है/हैं ?

(a) केवल 1

(b) केवल 2

(c) 1 और 2 दोनों

(d) न तो 1 और न ही 2

37. Consider the following statements :

1. Let (T, +, •) be a ring such that (T, +) is a cyclic group. Then (T, +, •) is a commutative ring.
2. Let $n \geq 2$. Consider (T, ⊕, ⊙) where T = {0, 1, 2, ... n − 1}, ⊕ is addition modulo n and ⊙ is multiplication modulo n. If (H, ⊕) is a subgroup of (T, ⊕), then for any $h_1, h_2 \in H$, $h_1 \oplus h_2 \in H$.

Which of the statements given above is/are correct ?

(a) 1 only
(b) 2 only
(c) Both 1 and 2
(d) Neither 1 nor 2

38. Consider the following algorithm :

Step I : get N, M
Step II : X ← 1
Y ← 1
Step III : For K = 1 to M
do X ← (N − K + 1) * X
Y ← ((N − K + 1)/K) * Y
Step IV : output X, Y

If N = 10 and M = 6, what are the values of X and Y respectively in the above algorithm ?

(a) 720, 120
(b) 720, 240
(c) 151200, 210
(d) None of the above

39. Consider the following statements :

1. Let R be a ring with identity 1 such that xy = 0 implies x = 0 or y = 0. If $r_1, r_2 \in R$ are such that $r_1 r_2 = 1$, then $r_2 r_1 = 1$.
2. Let R be an integral domain with identity. If $r \in R$ is such that r is invertible under multiplication and $r = r^{-1}$, then there can be at most two such r.

Which of the statements given above is/are correct ?

(a) 1 only
(b) 2 only
(c) Both 1 and 2
(d) Neither 1 nor 2

40. Which one of the following is an odd permutation ?

(a) (1 2 3).(4 5 6)
(b) (1 2).(2 5 3 6).(1 3 2 4)
(c) (6 4 3 2 1)
(d) (1 2 3 4 5 6 7 8 9)

41. A certain memory has a capacity of 16 K × 32. How many memory cells does it contain ?

(a) 32
(b) 16384
(c) 524288
(d) None of the above

42. NOR operation for two inputs X and Y is given as

(a) X + Y
(b) XY
(c) $\overline{X}\,\overline{Y}$
(d) $\overline{X} + \overline{Y}$

43. The line y = 1 − x and the curve y = *ln* x on (0, ∞)

(a) intersect each other at an angle π/3
(b) never intersect each other
(c) intersect each other at an angle π/6
(d) intersect each other at right angles

44. If f_1 and f_2 are the integrating factors of the differential equations $x\frac{dy}{dx} + 2y = 1$ and $\frac{dy}{dx} - \frac{2}{x}y = \frac{1}{x}$ respectively, then which one of the following is correct ?

(a) $f_1 = x^4 f_2$
(b) $f_1 = x^3 f_2$
(c) $f_1 = x^2 f_2$
(d) $f_1 = f_2$

45. A plane curve has the property that the tangents from any point on the y-axis to the curve are of constant length. What are the orthogonal trajectories of the family of such curves ?

(a) Circles
(b) Ellipses
(c) Straight lines
(d) Parabolae

37. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

1. मान लीजिए $(T, +, \bullet)$ एक वलय इस प्रकार की है कि $(T, +)$ एक चक्रीय समूह है । तब $(T, +, \bullet)$ एक क्रमविनिमेय वलय है ।

2. मान लीजिए कि $n \geq 2$ है । $(T, \oplus, \odot)$ पर विचार कीजिए जहाँ $T = \{0, 1, 2, ... n-1\}$, $\oplus$, n का सापेक्ष योग और $\odot$, n का सापेक्ष गुणन है । यदि $(T, \oplus)$ का एक उपसमूह $(H, \oplus)$ है, तो कोई $h_1, h_2 \in H$ के लिए $h_1 \oplus h_2 \in H$ है ।

उपर्युक्त कथनों में से कौन सा/से सही है/हैं ?

(a) केवल 1
(b) केवल 2
(c) 1 और 2 दोनों
(d) न तो 1 और न ही 2

38. निम्नलिखित ऐल्गोरिथ्म पर विचार कीजिए :

चरण I : प्राप्त N, M

चरण II : $X \leftarrow 1$
$Y \leftarrow 1$

चरण III : K = 1 से M के लिए
करें $X \leftarrow (N - K + 1) * X$
$Y \leftarrow ((N - K + 1)/K) * Y$

चरण IV : बहिर्वेश X, Y

यदि N = 10 और M = 6, उपर्युक्त ऐल्गोरिथ्म में क्रमशः X और Y के मान क्या हैं ?

(a) 720, 120
(b) 720, 240
(c) 151200, 210
(d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

39. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

1. मान लीजिए R, तत्समक 1 वाला वलय है इस प्रकार कि $xy = 0$ का अर्थ $x = 0$ या $y = 0$ है । यदि $r_1, r_2 \in R$ इस तरह से हैं कि $r_1 r_2 = 1$ है, तो $r_2 r_1 = 1$ भी है ।

2. मान लीजिए, R तत्समक वाला पूर्णांकीय प्रांत है । यदि $r \in R$ इस प्रकार है कि r गुणन के अन्तर्गत व्युत्क्रमणीय है और $r = r^{-1}$, तो अधिक से अधिक इस तरह के दो r हो सकते हैं ।

उपर्युक्त कथनों में से कौन सा/से सही है/हैं ?

(a) केवल 1
(b) केवल 2
(c) 1 और 2 दोनों
(d) न तो 1 और न ही 2

40. निम्नलिखित में से कौन सा एक विषम क्रमचय है ?

(a) (1 2 3).(4 5 6)
(b) (1 2).(2 5 3 6).(1 3 2 4)
(c) (6 4 3 2 1)
(d) (1 2 3 4 5 6 7 8 9)

41. किसी विशिष्ट स्मृति की धारिता 16 K × 32 है । इसमें कितनी स्मृति कोशिकाएँ हैं ?

(a) 32
(b) 16384
(c) 524288
(d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

42. X और Y दो निविष्टों के लिए, अथवा पूरक (NOR) प्रचालन किस रूप में दिया जाता है ?

(a) $X + Y$
(b) XY
(c) $\overline{X}\,\overline{Y}$
(d) $\overline{X} + \overline{Y}$

43. रेखा $y = 1 - x$ और वक्र $y = \ln x$, $(0, \infty)$ पर

(a) एक दूसरे को कोण $\pi/3$ पर प्रतिच्छेदित करते हैं
(b) एक दूसरे को कभी भी प्रतिच्छेदित नहीं करते
(c) एक दूसरे को कोण $\pi/6$ पर प्रतिच्छेदित करते हैं
(d) एक दूसरे को समकोण पर प्रतिच्छेदित करते हैं

44. यदि f_1 और f_2 क्रमशः अवकल समीकरणों $x\frac{dy}{dx} + 2y = 1$ और $\frac{dy}{dx} - \frac{2}{x}y = \frac{1}{x}$ के समाकलन गुणक हैं, तो निम्नलिखित में से कौन सा एक सही है ?

(a) $f_1 = x^4 f_2$
(b) $f_1 = x^3 f_2$
(c) $f_1 = x^2 f_2$
(d) $f_1 = f_2$

45. एक समतलीय वक्र का गुण है कि y-अक्ष के किसी भी बिन्दु से वक्र पर खींची गई स्पर्शियों की लम्बाइयाँ स्थिर माप की हैं । ऐसे वक्र-कुल की लंबकोणीय संछेदियाँ क्या हैं ?

(a) वृत्त
(b) दीर्घवृत्त
(c) सरल रेखाएँ
(d) परवलय

46. The curve in which the gradient of the normal at any point equals the ratio of ordinate to the abscissa at that point is

(a) an ellipse

(b) a hyperbola

(c) a parabola

(d) a circle

47. What is the volume generated by $y = a \sin(\pi x)$ as the area lying between $x = 0$ and $x = 2$ revolves about x-axis ?

(a) πa^2

(b) πa^3

(c) $4\pi a^3/3$

(d) $2\pi a^3/3$

48. What is $(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{a} \times \vec{c}) \bullet \vec{d}$ equal to ?

(a) $\vec{d} \times \vec{a} [\vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{c}]$

(b) $-\vec{d} \times \vec{a} [\vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{c}]$

(c) $\vec{d} \bullet \vec{b} [\vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{c}]$

(d) $\vec{a} \bullet \vec{d} [\vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{c}]$

49. A, B, C, D, E are the vertices of a regular pentagon whose centre is O such that

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \lambda \overrightarrow{EO}.$$

What is the value of λ ?

(a) 0

(b) 1

(c) -1

(d) -4

50. Let $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j}$ and $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j}$. What is the vector coplanar with $\vec{a}$, $\vec{b}$ and perpendicular to $\vec{a}$?

(a) $2\hat{i} + \hat{j}$

(b) $\hat{i} + 2\hat{j}$

(c) $-3\hat{i} - 3\hat{j}$

(d) None of the above

51. The vertices of a rectangular parallelepiped are O(0, 0, 0), A(2, 0, 0), B(0, 3, 0), C(0, 0, 4), D(2, 3, 0), E(0, 3, 4), F(2, 0, 4) and G(2, 3, 4). What is the shortest distance between OG and BD ?

(a) $\frac{6}{\sqrt{13}}$

(b) $\frac{12}{5}$

(c) $\frac{4}{\sqrt{5}}$

(d) None of the above

52. The spheres $x^2 + y^2 + z^2 + x + y + z - 2 = 0$ and $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 3x + 3y + 3z - 7 = 0$

(a) intersect in two points

(b) intersect in infinite points

(c) touch each other

(d) do not intersect

46. वह वक्र, जिसके किसी भी बिन्दु पर अभिलम्ब की प्रवणता उस बिन्दु पर कोटि से भुज के अनुपात के बराबर है, क्या है ?

(a) दीर्घवृत्त

(b) अतिपरवलय

(c) परवलय

(d) वृत्त

47. $y = a \sin(\pi x)$ द्वारा जनित आयतन कितना है यदि $x = 0$ और $x = 2$ के बीच के क्षेत्र को x-अक्ष के सापेक्ष घुमाया जाता है ?

(a) πa^2

(b) πa^3

(c) $4\pi a^3/3$

(d) $2\pi a^3/3$

48. $(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{a} \times \vec{c}) \bullet \vec{d}$ किसके बराबर है ?

(a) $\vec{d} \times \vec{a} [\vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{c}]$

(b) $-\vec{d} \times \vec{a} [\vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{c}]$

(c) $\vec{d} \bullet \vec{b} [\vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{c}]$

(d) $\vec{a} \bullet \vec{d} [\vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{c}]$

49. A, B, C, D, E शीर्ष वाले सम पंचभुज का केन्द्र O इस तरह से है कि $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \lambda \overrightarrow{EO}$ है । λ का मान क्या है ?

(a) 0

(b) 1

(c) –1

(d) – 4

50. मान लीजिए $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j}$ और $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j}$ है । $\vec{a}, \vec{b}$ के समतलीय और $\vec{a}$ के अनुलम्ब सदिश क्या है ?

(a) $2\hat{i} + \hat{j}$

(b) $\hat{i} + 2\hat{j}$

(c) $-3\hat{i} - 3\hat{j}$

(d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

51. O(0, 0, 0), A(2, 0, 0), B(0, 3, 0), C(0, 0, 4), D(2, 3, 0), E(0, 3, 4), F(2, 0, 4) और G(2, 3, 4) एक समांतर षट्फलक के शीर्ष हैं । OG और BD के बीच न्यूनतम दूरी क्या है ?

(a) $\frac{6}{\sqrt{13}}$

(b) $\frac{12}{5}$

(c) $\frac{4}{\sqrt{5}}$

(d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

52. गोले $x^2 + y^2 + z^2 + x + y + z - 2 = 0$ और $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 3x + 3y + 3z - 7 = 0$

(a) दो बिन्दुओं पर प्रतिच्छेदन करते हैं

(b) अनन्त बिन्दुओं पर प्रतिच्छेदन करते हैं

(c) एक-दूसरे को स्पर्श करते हैं

(d) प्रतिच्छेदन नहीं करते

53. Consider the following statements :

1. The set of planes $2x + y + z + 4 = 0$, $y - z + 4 = 0$, $3x + 2y + z + 8 = 0$ intersect in a line.

2. The set of planes $x - z - 1 = 0$, $x + y - 2z - 3 = 0$, $x - 2y + z - 3 = 0$ form a triangular prism.

Which of the statements given above is/are correct ?

(a) 1 only

(b) 2 only

(c) Both 1 and 2

(d) Neither 1 nor 2

54. A cylinder is a surface generated by a straight line which is always parallel to a fixed line and is subjected to which of the following conditions ?

1. It may intersect a given curve.

2. It may touch a given surface.

Which of the conditions given above is/are correct ?

(a) 1 only

(b) 2 only

(c) Both 1 and 2

(d) Either 1 or 2

55. Six forces, each equal to P, act along the edges of a cube of side length 'a' taken in order, which do not meet a given diagonal. Their resultant is a couple of magnitude

(a) 2Pa

(b) $2\sqrt{3}$ Pa

(c) $3\sqrt{2}$ Pa

(d) None of the above

56. If the forces 8P and 6P acting at a point (3, 2) in Cartesian rectangular coordinate plane are parallel to the positive direction of x and y axes respectively, then what is the algebraic sum of the moments of the forces about the origin ?

(a) 2P

(b) 8P

(c) 14P

(d) –2P

57. Forces of magnitudes 2 N, $\sqrt{3}$ N, 5 N, $\sqrt{3}$ N and 2 N act respectively at one of the angular points of a regular hexagon directed towards the five other angular points. Then what is the magnitude of the resultant ?

(a) 5 N

(b) 10 N

(c) 15 N

(d) 20 N

53. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

1. समतलों $2x + y + z + 4 = 0$, $y - z + 4 = 0$, $3x + 2y + z + 8 = 0$ का समुच्चय एक सरल रेखा में प्रतिच्छेदन करता है ।

2. समतलों $x - z - 1 = 0$, $x + y - 2z - 3 = 0$, $x - 2y + z - 3 = 0$ का समुच्चय त्रिभुज प्रिज़्म बनाता है ।

उपर्युक्त कथनों में से कौन सा/से सही है/हैं ?

(a) केवल 1

(b) केवल 2

(c) 1 और 2 दोनों

(d) न तो 1 और न ही 2

54. बेलन, एक सरल रेखा द्वारा, जो एक नियत रेखा के सदैव समान्तर रहती है, जनित एक पृष्ठ है, और वह निम्नलिखित में से किस/किन प्रतिबन्ध/प्रतिबंधों के अधीन होता है ?

1. यह एक दिए हुए वक्र को प्रतिच्छेदित कर सकता है ।

2. यह एक दिए हुए पृष्ठ का स्पर्श कर सकता है ।

उपर्युक्त प्रतिबंधों में से कौन सा/से सही है/हैं ?

(a) केवल 1

(b) केवल 2

(c) 1 और 2 दोनों

(d) या तो 1 या 2

55. छः बल, प्रत्येक P के बराबर, 'a' भुजा-लम्बाई वाले घन के किनारों से, जो दिए गए विकर्ण पर नहीं मिलते हैं, क्रम से लगे हैं । उनका परिणामी, कौन से एक बल-युग्म का परिमाण है ?

(a) 2Pa

(b) $2\sqrt{3}$ Pa

(c) $3\sqrt{2}$ Pa

(d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

56. यदि कार्तीय समकोणिक निर्देशांक समतल के एक बिन्दु (3, 2) पर क्रियाशील बल 8P और 6P क्रमशः x और y अक्षों की धनात्मक दिशा के समानान्तर हों, तो मूलबिन्दु के सापेक्ष बल-आघूर्णों का बीजीय योग क्या है ?

(a) 2P

(b) 8P

(c) 14P

(d) –2P

57. समषट्भुज के एक कोणीय बिन्दु पर पाँच अन्य कोणीय बिन्दुओं की ओर निर्देशित, 2 N, $\sqrt{3}$ N, 5 N, $\sqrt{3}$ N और 2 N के परिमाणों के बल क्रमशः क्रिया कर रहे हैं । परिणामी का परिमाण क्या है ?

(a) 5 N

(b) 10 N

(c) 15 N

(d) 20 N

58. Let $\mathbb{R}$ denote the set of all real numbers.

Let $A_n = \{x \in \mathbb{R} : x^{2^n}$ is a rational number$\}$ for n = 1, 2, 3 ......

Let $B = \{ x \in \mathbb{R} : x^3$ is a rational number$\}$

Consider the following statements :

1. $A_n \cap B$ is a proper subset of $A_{n+1} \cap B$ for each $n \geq 1$.
2. A_n is a proper subset of A_{n+1} for each $n \geq 1$.

Which of the statements given above is/are correct ?

(a) 1 only

(b) 2 only

(c) Both 1 and 2

(d) Neither 1 nor 2

59. Consider the following statements :

1. Let A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}. Under multiplication modulo 7 there exist at least three elements $a \in A$ such that $a^2 = 1$.
2. Let G be a finite group. Let $S = \{x \in G : x^3 = e, x \neq e\}$. Then the number of elements in G is even.

Which of the statements given above is/are correct ?

(a) 1 only

(b) 2 only

(c) Both 1 and 2

(d) Neither 1 nor 2

60. If $V_1 = \{(a, b, c, d) : b - 2c + d = 0\}$, $V_2 = \{(a, b, c, d) : a = d, b = 2c\}$, what is the basis of $V_1 \cap V_2$?

(a) {(0, –1, 0, 1), (0, 2, 0, 1), (1, 0, 0, 0)}

(b) {(0, 2, 1, 0)}

(c) {(0, 2, 1, 0), (1, 0, 0, –1)}

(d) {(1, 0, 0, –1)}

61. What is the dimension of a space W generated by {(1, – 4, – 2, 1), (1, – 3, –1, 2), (3, – 8, – 2, 7)} ?

(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) 4

62. Consider the following statements associated with an n-dimensional vector space V :

1. Every basis of V contains exactly n vectors.
2. No linearly independent subset of V has more than n vectors.

Which of the statements given above is/are correct ?

(a) 1 only

(b) 2 only

(c) Both 1 and 2

(d) Neither 1 nor 2

63. Let $T : R^n \to R^n$ and $T(x_0) = 0$ for some $x_0 \neq 0$, $x_0 \in R^n$. Then there exists a matrix A of order n such that

(a) Tx = Ax and A is non-singular

(b) Tx = Ax and A is singular

(c) Ker T = {0} = N(A)

(d) None of the above

58. मान लीजिए $\mathbb{R}$ सभी वास्तविक संख्याओं के समुच्चय को द्योतित करता है ।

मान लीजिए, $A_n = \{x \in \mathbb{R} : x^{2^n}$ एक परिमेय संख्या है$\}$ $n = 1, 2, 3$ ...... के लिए ।

मान लीजिए $B = \{ x \in \mathbb{R} : x^3$ एक परिमेय संख्या है$\}$

निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

1. $A_n \cap B$ प्रत्येक $n \geq 1$ के लिए $A_{n+1} \cap B$ का उचित उपसमुच्चय है ।
2. A_n प्रत्येक $n \geq 1$ के लिए A_{n+1} का उचित उपसमुच्चय है ।

उपर्युक्त कथनों में से कौन सा/से सही है/हैं ?

(a) केवल 1

(b) केवल 2

(c) 1 और 2 दोनों

(d) न तो 1 और न ही 2

59. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

1. मान लीजिए $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ है । 7 के सापेक्ष गुणन के अधीन कम-से-कम तीन अवयव $a \in A$ ऐसे विद्यमान हैं कि $a^2 = 1$ है ।
2. मान लीजिए G एक परिमित समूह है । मान लीजिए $S = \{x \in G : x^3 = e, x \neq e\}$. तो G में अवयवों की संख्या सम है ।

उपर्युक्त कथनों में से कौन सा/से सही है/हैं ?

(a) केवल 1

(b) केवल 2

(c) 1 और 2 दोनों

(d) न तो 1 और न ही 2

60. यदि $V_1 = \{(a, b, c, d) : b - 2c + d = 0\}$, $V_2 = \{(a, b, c, d) : a = d, b = 2c\}$, तो $V_1 \cap V_2$ का आधार क्या है ?

(a) $\{(0, -1, 0, 1), (0, 2, 0, 1), (1, 0, 0, 0)\}$

(b) $\{(0, 2, 1, 0)\}$

(c) $\{(0, 2, 1, 0), (1, 0, 0, -1)\}$

(d) $\{(1, 0, 0, -1)\}$

61. समष्टि W का, जो कि $\{(1, -4, -2, 1), (1, -3, -1, 2), (3, -8, -2, 7)\}$ के द्वारा जनित है, विस्तार क्या है ?

(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) 4

62. विमीय संख्या n की सदिश समष्टि V के सहचारी, निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

1. V के प्रत्येक आधार में यथातथतः n सदिश हैं ।
2. V के किसी भी एकघाततः स्वतंत्र उपसमुच्चय में n से अधिक सदिश नहीं हैं ।

उपर्युक्त कथनों में से कौन सा/से सही है/हैं ?

(a) केवल 1

(b) केवल 2

(c) 1 और 2 दोनों

(d) न तो 1 और न ही 2

63. मान लीजिए किसी $x_0 \neq 0$, $x_0 \in R^n$ के लिए $T : R^n \to R^n$ और $T(x_0) = 0$ है । तो n क्रम का आव्यूह A विद्यमान है इस प्रकार कि

(a) $Tx = Ax$ और A व्युत्क्रमणीय है

(b) $Tx = Ax$ और A अव्युत्क्रमणीय है

(c) $\text{Ker } T = \{0\} = N(A)$

(d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

64. Consider the following statements :

1. The number of diagonal matrices
$$M = \begin{pmatrix} d_1 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R}) \text{ where } \mathbb{R}$$
is the set of real numbers such that $M^5 = M$, is 27.

2. The number of diagonal matrices
$$M = \begin{pmatrix} d_1 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R}) \text{ where } \mathbb{R}$$
is the set of real numbers such that $M^4 = M$, is 9.

Which of the statements given above is/are correct ?

(a) 1 only

(b) 2 only

(c) Both 1 and 2

(d) Neither 1 nor 2

65. Let $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3 \times 2}(\mathbb{Z})$ be a 3 × 2 matrix over the set of integers.

Consider the following statements :

1. For any $n \in \mathbb{Z}$, there exists a unique $(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ such that $4x + 3y + 2n = 1$ and $5x + 4y + 2n = 0$.

2. There exist only finitely many $B \in M_{2 \times 3}(\mathbb{Z})$ such that $BA = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$.

Which of the statements given above is/are correct ?

(a) 1 only

(b) 2 only

(c) Both 1 and 2

(d) Neither 1 nor 2

66. What is the number of tangents to the curve $y = x^2$ passing through the point (1, –3) ?

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 3

67. Let $f(x) = (x + 1)^2$ for $x \geq -1$. If g(x) is the function whose graph is the reflection of f(x) with respect to y = x, then what does g(x) equal to ?

(a) $-\sqrt{x} - 1, \ x \geq 0$

(b) $(x + 1)^{-2}, \ x > -1$

(c) $\sqrt{x} + 1, \ x \geq -1$

(d) $\sqrt{x} - 1, \ x \geq 0$

68. What is the curvature of the curve $y = x^4 - 4x^3 + 20x^2$ at the origin ?

(a) 1/10

(b) 1/40

(c) 10

(d) 40

69. The asteroid $x = \sqrt{5} \cos^3 t, \ y = \sqrt{5} \sin^3 t$ is revolved about x-axis. What is the surface area of the solid of revolution ?

(a) 12π square unit

(b) 10π square unit

(c) 8π square unit

(d) 6π square unit

70. If the line y = x is tangential to the parabola $y = x^2 + bx + c$ at the point (1, 1), what are the values of b, c respectively ?

(a) 0, –1

(b) 1, 1

(c) –1, –1

(d) –1, 1

71. Let the equation of the curve be $x = a(\theta + \sin\theta)$, $y = a(1 - \cos\theta)$. If θ changes at a constant rate k, then what is the rate of change of the slope of the tangent to the curve at $\theta = \pi/3$?

(a) k

(b) k/2

(c) k/3

(d) 2k/3

64. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

1. विकर्ण आव्यूहों $M = \begin{pmatrix} d_1 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$ जहाँ $\mathbb{R}$ वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है इस प्रकार कि $M^5 = M$, की संख्या 27 है।

2. विकर्ण आव्यूहों $M = \begin{pmatrix} d_1 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$ जहाँ $\mathbb{R}$ वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है इस प्रकार कि $M^4 = M$, की संख्या 9 है।

उपर्युक्त कथनों में से कौन सा/से सही है/हैं ?

(a) केवल 1

(b) केवल 2

(c) 1 और 2 दोनों

(d) न तो 1 और न ही 2

65. मान लीजिए $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3 \times 2}(\mathbb{Z})$ पूर्णांकों के समुच्चय पर एक 3×2 आव्यूह है।

निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

1. किसी $n \in \mathbb{Z}$ के लिए, एकमात्र $(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ विद्यमान है इस प्रकार कि $4x + 3y + 2n = 1$ और $5x + 4y + 2n = 0$.

2. केवल परिमितानेक $B \in M_{2 \times 3}(\mathbb{Z})$ विद्यमान हैं इस प्रकार कि $BA = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ है।

उपर्युक्त कथनों में से कौन सा/से सही है/हैं ?

(a) केवल 1

(b) केवल 2

(c) 1 और 2 दोनों

(d) न तो 1 और न ही 2

66. वक्र $y = x^2$ पर, बिन्दु $(1, -3)$ से होकर गुज़रने वाली स्पर्शरेखाओं की संख्या क्या है ?

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 3

67. मान लीजिए $f(x) = (x + 1)^2$, $x \geq -1$ के लिए। यदि $g(x)$ एक फलन है जिसका लेखाचित्र $y = x$ के सापेक्ष $f(x)$ का परावर्तन है, तो $g(x)$ किसके बराबर है ?

(a) $-\sqrt{x} - 1$, $x \geq 0$

(b) $(x + 1)^{-2}$, $x > -1$

(c) $\sqrt{x} + 1$, $x \geq -1$

(d) $\sqrt{x} - 1$, $x \geq 0$

68. मूलबिन्दु पर वक्र $y = x^4 - 4x^3 + 20x^2$ की वक्रता कितनी है ?

(a) 1/10

(b) 1/40

(c) 10

(d) 40

69. ग्रहिका $x = \sqrt{5} \cos^3 t$, $y = \sqrt{5} \sin^3 t$ को x-अक्ष के सापेक्ष घुमाया गया है। परिक्रमण घनाकृति का पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना है ?

(a) 12π वर्ग इकाई

(b) 10π वर्ग इकाई

(c) 8π वर्ग इकाई

(d) 6π वर्ग इकाई

70. यदि रेखा $y = x$, परवलय $y = x^2 + bx + c$ के बिन्दु $(1, 1)$ पर स्पर्शीय है, तो b, c के क्रमशः मान क्या हैं ?

(a) 0, −1

(b) 1, 1

(c) −1, −1

(d) −1, 1

71. मान लीजिए वक्र का समीकरण

$x = a(\theta + \sin\theta)$, $y = a(1 - \cos\theta)$ है।

यदि θ एकसमान दर k से परिवर्तित होता है, तो वक्र के बिन्दु $\theta = \pi/3$ पर स्पर्शी की प्रवणता की परिवर्तन दर क्या है ?

(a) k

(b) k/2

(c) k/3

(d) 2k/3

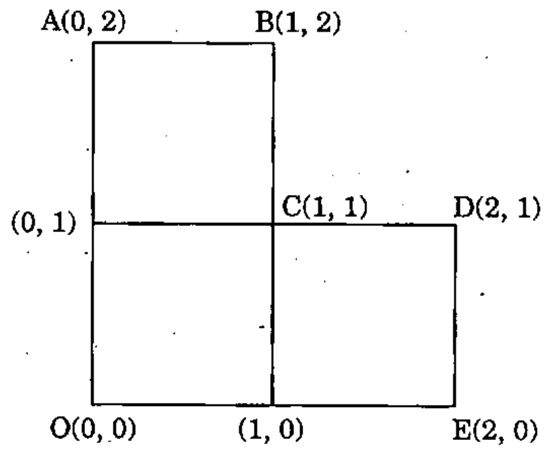
72. If $x + 4|y| = 6y$, then y as a function of x is

(a) continuous at $x = 0$

(b) derivable at $x = 0$

(c) $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}$ for all x

(d) None of the above

73. 

Where is the centre of mass of the lamina OABCDE (shown above) of 30 g ?

(a) (1, 1)

(b) (3/2, 3/2)

(c) (5/6, 5/6)

(d) None of the above

74. A uniform triangular lamina ABC is suspended from the corner A and in equilibrium the side BC makes an angle α with the horizontal. Which one of the following is correct ?

(a) $2 \tan \alpha = \cot B - \cot C$

(b) $\tan \alpha = \cot B - \cot C$

(c) $2 \cot \alpha = \tan B - \tan C$

(d) $\cot \alpha = \tan B - \tan C$

75. If the gravitational force varies inversely as the n^{th} power of the distance, then the time period of a satellite revolving round the earth in a circular orbit of radius r is proportional to

(a) $r^{(n+1)/2}$

(b) $r^{(n-1)/2}$

(c) $r^{-(n+1)/2}$

(d) $r^{-(n-1)/2}$

76. If one of the two forces acting on a particle is double that of the other and if θ is the angle between the directions of the resultant and the greater force, then which one of the following is correct ?

(a) θ cannot be greater than $\pi/6$

(b) $\theta > \pi/6$

(c) $\theta < \pi/6$

(d) None of the above

77. For the curve $x^3 + y^3 = 3x^2$, what is the oblique asymptote ?

(a) $x + y = 0$

(b) $x + y = 1$

(c) $x - y = 0$

(d) None of the above

78. What is the kernel of $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ defined by $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x+z \\ x+y+2z \\ 2x+y+3z \end{pmatrix}$?

(a) $\{\alpha(1, 1, -1) \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$

(b) $\{\alpha(1, 1, 0) \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$

(c) $\{\alpha(1, 0, -1) \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$

(d) None of the above

79. What is the value of the parameter α for which the function $f(x) = 1 + \alpha x$, $\alpha \neq 0$ is the inverse of itself ?

(a) -2

(b) -1

(c) 1

(d) 2

72. यदि $x + 4|y| = 6y$ है, तो x के फलन के रूप में y,

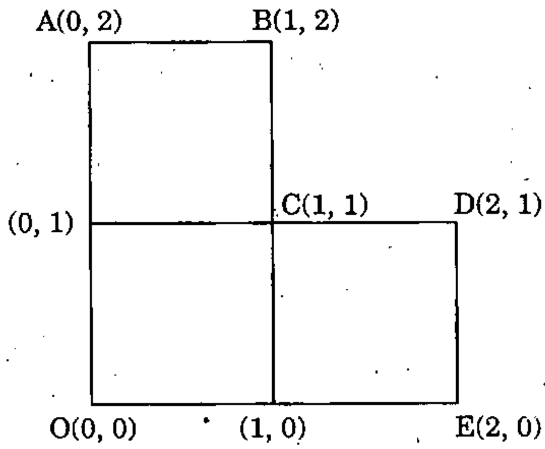
(a) $x = 0$ पर संतत है

(b) $x = 0$ पर अवकलनीय है

(c) सभी x के लिए $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}$ है

(d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

73.



30 g के पटल OABCDE (ऊपर दर्शाए) की संहति का केन्द्र कहाँ है ?

(a) (1, 1)

(b) (3/2, 3/2)

(c) (5/6, 5/6)

(d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

74. A कोने से एक एकसमान त्रि-कोणीय पटल ABC लटकाया गया है और भुजा BC क्षैतिज से α कोण बनाती हुई संतुलन में है । निम्नलिखित में कौन सा एक सही है ?

(a) $2 \tan \alpha = \cot B - \cot C$

(b) $\tan \alpha = \cot B - \cot C$

(c) $2 \cot \alpha = \tan B - \tan C$

(d) $\cot \alpha = \tan B - \tan C$

75. यदि गुरुत्वीय बल दूरी के nवें घात के व्युत्क्रमानुपाती होता है, तो पृथ्वी के चारों ओर r त्रिज्या की वृत्तीय कक्षा में परिक्रमण कर रहे उपग्रह का आवर्तकाल किसके समानुपाती है ?

(a) $r^{(n+1)/2}$

(b) $r^{(n-1)/2}$

(c) $r^{-(n+1)/2}$

(d) $r^{-(n-1)/2}$

76. यदि एक कण पर क्रियाशील दो बलों में से एक, दूसरे बल का दुगुना है और यदि परिणामी और बृहत्तर बल की दिशाओं के बीच का कोण θ है, तो निम्नलिखित में से कौन सा एक सही है ?

(a) θ, $\pi/6$ से अधिक नहीं हो सकता

(b) $\theta > \pi/6$

(c) $\theta < \pi/6$

(d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

77. वक्र $x^3 + y^3 = 3x^2$ के लिए, तिर्यक अनंतस्पर्शी क्या है ?

(a) $x + y = 0$

(b) $x + y = 1$

(c) $x - y = 0$

(d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

78. $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x+z \\ x+y+2z \\ 2x+y+3z \end{pmatrix}$ द्वारा परिभाषित $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ की अष्टि क्या है ?

(a) $\{\alpha(1, 1, -1) \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$

(b) $\{\alpha(1, 1, 0) \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$

(c) $\{\alpha(1, 0, -1) \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$

(d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

79. फलन $f(x) = 1 + \alpha x$, $\alpha \neq 0$, प्राचल α के किस मान के लिए स्वयं का व्युत्क्रम है ?

(a) −2

(b) −1

(c) 1

(d) 2

80. What is the equation of the plane which passes through the z-axis and is perpendicular to the line $\frac{x-1}{\cos\theta} = \frac{y+2}{\sin\theta} = \frac{z-3}{0}$?

(a) $x + y \tan\theta = 0$

(b) $x \tan\theta + y = 0$

(c) $x - y \tan\theta = 0$

(d) $x \tan\theta - y = 0$

81. What is the set of all points where the second derivative of the function $x|x|$ exists ?

(a) The set of all real numbers

(b) The set of all non-zero real numbers

(c) The set of all positive real numbers only

(d) The set of all negative real numbers only

82. Let G be an abelian group under multiplication and let

$H = \{x \in G : x^2 = e, \text{ the identity}\}$

$K = \{x^2 : x \in G\}$

Which one of the following is correct ?

(a) H is a subgroup, but K is not a subgroup

(b) K is a subgroup, but H is not a subgroup

(c) Both H and K are subgroups

(d) Neither H nor K is a subgroup

83. If $f(x) = \frac{k \sin x + 2 \cos x}{\sin x + \cos x}$ is monotonically increasing, then which one of the following is correct ?

(a) $k > 2$

(b) $k \geq 2$

(c) $k < 1$

(d) $k < -1$

84. If $f(x) \geq 0$ and $f'(x) \geq 0$ on an interval I, then f^2

(a) is non-increasing on I

(b) is non-decreasing on I

(c) is not monotonic on I

(d) None of the above

85. Let f(x) and g(x) be two functions such that $g(x) = f(x) + Ax$ where $x \in [a, b]$ and A is a constant. If g(x) satisfies the conditions of Rolle's theorem, then which one of the following is correct ?

(a) $A = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$

(b) $A = \frac{f(b) - f(a)}{a - b}$

(c) $A = \frac{f(b - a)}{b - a}$

(d) $A = \frac{f(b) + f(a)}{b + a}$

86. What is the value of the derivative of $|x - 2| + |x - 5|$ at $x = 3$?

(a) -2

(b) 2

(c) 3

(d) 0

87. If one root of the equation

$$(a - b)x^2 + ax + 1 = 0$$

is double that of the other, then what is the greatest value of b ?

(a) 9/8

(b) 8/9

(c) $-9/8$

(d) $-8/9$

80. उस समतल का समीकरण क्या है, जो z-अक्ष से गुज़रता है और रेखा $\frac{x-1}{\cos\theta} = \frac{y+2}{\sin\theta} = \frac{z-3}{0}$ पर लम्ब है ?

(a) $x + y \tan\theta = 0$

(b) $x \tan\theta + y = 0$

(c) $x - y \tan\theta = 0$

(d) $x \tan\theta - y = 0$

81. उन सभी बिन्दुओं का समुच्चय क्या है, जहाँ फलन $x|x|$ का द्वितीय अवकलज अस्तित्व में है ?

(a) सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय

(b) सभी शून्येतर वास्तविक संख्याओं का समुच्चय

(c) केवल सभी धनात्मक वास्तविक संख्याओं का समुच्चय

(d) केवल सभी ऋणात्मक वास्तविक संख्याओं का समुच्चय

82. मान लीजिए G गुणन के अन्तर्गत एक आबेली समूह है और मान लीजिए $H = \{x \in G : x^2 = e$, तत्समक$\}$
$K = \{x^2 : x \in G\}$
निम्नलिखित में से कौन सा एक सही है ?

(a) H उपसमूह है, परन्तु K उपसमूह नहीं है

(b) K उपसमूह है, परन्तु H उपसमूह नहीं है

(c) H और K दोनों उपसमूह हैं

(d) न तो H और न ही K उपसमूह है

83. यदि $f(x) = \frac{k\sin x + 2\cos x}{\sin x + \cos x}$ एकदिष्ट वर्धमान हो, तो निम्नलिखित में से कौन सा एक, सही है ?

(a) $k > 2$

(b) $k \geq 2$

(c) $k < 1$

(d) $k < -1$

84. यदि अंतराल I पर $f(x) \geq 0$ और $f'(x) \geq 0$ हो, तो f^2

(a) I पर अवर्धमान है

(b) I पर अह्रासवान् है

(c) I पर एकदिष्ट नहीं है

(d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

85. मान लीजिए कि दो फलन $f(x)$ और $g(x)$ इस प्रकार से हैं कि $g(x) = f(x) + Ax$ जहाँ $x \in [a, b]$ और A एक स्थिरांक है । यदि $g(x)$ रोल्स प्रमेय के प्रतिबंध पूरे करता हो, तो निम्नलिखित में से कौन सा एक सही है ?

(a) $A = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$

(b) $A = \frac{f(b) - f(a)}{a - b}$

(c) $A = \frac{f(b - a)}{b - a}$

(d) $A = \frac{f(b) + f(a)}{b + a}$

86. $x = 3$ पर $|x - 2| + |x - 5|$ के अवकलज का मान क्या है ?

(a) –2

(b) 2

(c) 3

(d) 0

87. यदि समीकरण $(a - b)x^2 + ax + 1 = 0$ का एक मूल दूसरे मूल से दुगुना हो, तो b का महत्तम मान क्या है ?

(a) 9/8

(b) 8/9

(c) – 9/8

(d) – 8/9

88. Consider the following statements :

1. There exist 3×3 matrices A, B over reals such that AB is invertible but either A or B is not invertible.

2. Let A be a square matrix over reals. If the adjoint of A is invertible, then A is invertible.

Which of the statements given above is/are correct ?

(a) 1 only

(b) 2 only

(c) Both 1 and 2

(d) Neither 1 nor 2

89. If z is a complex number, then what is the locus of amp $\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = \frac{\pi}{4}$?

(a) Straight line

(b) Ellipse

(c) Hyperbola

(d) Circle

90. If $P = \{x \in \mathbb{R} : f(x) = 0\}$ and $Q = \{x \in \mathbb{R} : g(x) = 0\}$, then what is $P \cap Q$ equal to ?

(a) $\{x \in \mathbb{R} : f(x) + g(x) = 0\}$

(b) $\{x \in \mathbb{R} : f(x) - g(x) = 0\}$

(c) $\{x \in \mathbb{R} : f(x) \cdot g(x) = 0\}$

(d) $\{x \in \mathbb{R} : [f(x)]^2 + [g(x)]^2 = 0\}$

91. Let the unit vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ be inclined at an angle 2θ $(0 \le \theta \le \pi)$ and $|\vec{a} - \vec{b}| < 1$. Which one of the following is correct ?

(a) $\left[0, \frac{\pi}{6}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{6}, \pi\right]$

(b) $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right] \cup \left(\frac{5\pi}{6}, \pi\right]$

(c) $\left[0, \frac{\pi}{6}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}\right]$

(d) None of the above

92. What is the equation of a right circular cylinder of radius 2 and having its axis along the z-axis ?

(a) $x^2 + y^2 = 4z^2$

(b) $x^2 + y^2 = 2z^2$

(c) $x^2 + y^2 = 4$

(d) $x^2 + y^2 = 2$

93. Which one of the following system of curves is the orthogonal trajectories of the curves $r\theta = a$?

(a) $r^2 = ce^{\theta^2}$

(b) $r^2 = ce^{-\theta^2}$

(c) $r^2 = ce^{2\theta}$

(d) $r^2 = ce^{-2\theta}$

94. What is the differential equation of parabolas having their foci at the origin and axes along the x-axis ?

(a) $y = (2x + yy')\,y'$

(b) $y = (2x - yy')\,y'$

(c) $y = (-2x + yy')\,y'$

(d) $y = -(2x + yy')\,y'$

88. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

1. 3×3 आव्यूह A, B वास्तविक संख्याओं पर इस तरह से विद्यमान हैं कि AB व्युत्क्रमणीय है परन्तु या तो A या B व्युत्क्रमणीय नहीं है ।
2. मान लीजिए कि A वास्तविक संख्याओं पर आधारित वर्ग आव्यूह है । यदि A का सहखंडज व्युत्क्रमणीय है, तो A व्युत्क्रमणीय है ।

उपर्युक्त कथनों में से कौन सा/से सही है/हैं ?

(a) केवल 1

(b) केवल 2

(c) 1 और 2 दोनों

(d) न तो 1 और न ही 2

89. यदि z एक सम्मिश्र संख्या हो, तो

आयाम $\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = \frac{\pi}{4}$ का बिन्दुपथ क्या है ?

(a) सरल रेखा

(b) दीर्घवृत्त

(c) अतिपरवलय

(d) वृत्त

90. यदि $P = \{x \in \mathbb{R} : f(x) = 0\}$ और $Q = \{x \in \mathbb{R} : g(x) = 0\}$ हैं, तो $P \cap Q$ किसके बराबर है ?

(a) $\{x \in \mathbb{R} : f(x) + g(x) = 0\}$

(b) $\{x \in \mathbb{R} : f(x) - g(x) = 0\}$

(c) $\{x \in \mathbb{R} : f(x) . g(x) = 0\}$

(d) $\{x \in \mathbb{R} : [f(x)]^2 + [g(x)]^2 = 0\}$

91. मान लीजिए, इकाई सदिश $\vec{a}$ और $\vec{b}$ एक कोण 2θ $(0 \le \theta \le \pi)$ पर आनत हैं और $|\vec{a} - \vec{b}| < 1$ है । तो निम्नलिखित में से कौन सा एक सही है ?

(a) $\left[0, \frac{\pi}{6}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{6}, \pi\right]$

(b) $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right] \cup \left(\frac{5\pi}{6}, \pi\right]$

(c) $\left[0, \frac{\pi}{6}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}\right]$

(d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

92. z-अक्ष के अनुदिश (अलॉन्ग) अक्ष वाले, त्रिज्या 2 के एक लम्ब-वृत्तीय बेलन का समीकरण क्या है ?

(a) $x^2 + y^2 = 4z^2$

(b) $x^2 + y^2 = 2z^2$

(c) $x^2 + y^2 = 4$

(d) $x^2 + y^2 = 2$

93. निम्नलिखित में से कौन सा एक वक्र-निकाय, वक्रों $r\theta = a$ की लंबकोणीय संछेदियाँ है ?

(a) $r^2 = ce^{\theta^2}$

(b) $r^2 = ce^{-\theta^2}$

(c) $r^2 = ce^{2\theta}$

(d) $r^2 = ce^{-2\theta}$

94. x-अक्ष के अनुदिश अक्ष और मूलबिन्दु पर स्थित नाभियों वाले परवलयों का अवकल समीकरण क्या है ?

(a) $y = (2x + yy')\, y'$

(b) $y = (2x - yy')\, y'$

(c) $y = (-2x + yy')\, y'$

(d) $y = -(2x + yy')\, y'$

95. If $x^m y^n$ is an integrating factor of $(y^2 + 2x^2y)\,dx + (2x^3 - xy)\,dy = 0$, then what are the values of m and n respectively ?

(a) $-1/2, \; -1/2$

(b) $-1/2, \; -5/2$

(c) $-5/2, \; -5/2$

(d) $-5/2, \; -1/2$

96. Let α, β, γ be the roots of the equation $x^3 - 8x + 6 = 0$.

Consider the following statements :

1. $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = p^4$ for some prime number p.
2. $\alpha^2\beta^2 + \beta^2\gamma^2 + \gamma^2\alpha^2 = n^3$ for some composite number n.

Which of the statements given above is/are correct ?

(a) 1 only

(b) 2 only

(c) Both 1 and 2

(d) Neither 1 nor 2

97. If α and β are different complex numbers with $|\beta| = 1$, then what is the value of $\left|\frac{\beta - \alpha}{1 - \bar{\alpha}\beta}\right|$?

(a) 0

(b) 1/2

(c) 1

(d) 2

98. Let C be the set of complex numbers. Let $g : C \to C$ be such that $g(1) = 1$ and $g(z^4) = (g(z))^4$ for any $z \in C$. Which one of the following is correct ?

(a) There can be only two possibilities for g(i), either $g(i) = 1$ or $g(i) = -1$

(b) There can be only three possibilities for g(i)

(c) There can be only four possibilities for g(i)

(d) There are infinite number of possibilities for g(i)

99. Let $\mathbb{R}$ denote the field of real numbers. Consider the group $GL_2(\mathbb{R})$, the group of 2×2 invertible matrices over $\mathbb{R}$ under matrix multiplication. Fix $A \in GL_2(\mathbb{R})$.

Consider the mapping

$$f : GL_2(R) \to GL_2(R)$$
$$B \to ABA^{-1}$$

Which one of the following is correct ?

(a) f is one-one but not onto

(b) f is onto but not one-one

(c) f is one-one and onto

(d) f is neither one-one nor onto

100. If $\vec{h}$ is any arbitrary vector, then the general solution of the equation $\vec{x} \bullet \vec{a} = p$ is expressed as

(a) $(\vec{h} \times \vec{a}) + p\frac{\vec{a}}{a^2}$

(b) $(\vec{h} \times \vec{a}) - p\frac{\vec{a}}{a^2}$

(c) $-(\vec{h} \times \vec{a}) + p\frac{\vec{a}}{a}$

(d) $(\vec{h} \times \vec{a}) + p\frac{\vec{a}}{a}$

95. यदि $(y^2 + 2x^2y)\,dx + (2x^3 - xy)\,dy = 0$ का एक समाकलन गुणक $x^m y^n$ हो, तो m और n के क्रमशः मान क्या हैं ?

(a) −1/2, −1/2

(b) −1/2, −5/2

(c) −5/2, −5/2

(d) −5/2, −1/2

96. मान लीजिए कि समीकरण $x^3 - 8x + 6 = 0$ के मूल α, β, γ हैं ।

निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

1. $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = p^4$ किसी अभाज्य संख्या p के लिए ।

2. $\alpha^2\beta^2 + \beta^2\gamma^2 + \gamma^2\alpha^2 = n^3$ किसी भाज्य संख्या n के लिए ।

उपर्युक्त कथनों में से कौन सा/से सही है/हैं ?

(a) केवल 1

(b) केवल 2

(c) 1 और 2 दोनों

(d) न तो 1 और न ही 2

97. यदि α और β भिन्न सम्मिश्र संख्याएँ हैं जिसमें $|\beta| = 1$, तो $\left|\dfrac{\beta - \alpha}{1 - \bar{\alpha}\beta}\right|$ का मान क्या है ?

(a) 0

(b) 1/2

(c) 1

(d) 2

98. मान लीजिए C सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय है । मान लीजिए $g : C \to C$ इस प्रकार कि $g(1) = 1$ और किसी भी $z \in C$ के लिए $g(z^4) = (g(z))^4$. निम्नलिखित में से कौन सा एक सही है ?

(a) g(i) के लिए केवल दो सम्भावनाएँ हो सकती हैं, या तो $g(i) = 1$ या $g(i) = -1$

(b) g(i) के लिए केवल तीन सम्भावनाएँ हो सकती हैं

(c) g(i) के लिए केवल चार सम्भावनाएँ हो सकती हैं

(d) g(i) के लिए अनन्त सम्भावनाएँ हैं

99. मान लीजिए $\mathbb{R}$ वास्तविक संख्याओं के क्षेत्र को द्योतित करता है । समूह $GL_2(\mathbb{R})$, 2 × 2 व्युत्क्रमणीय आव्यूहों का समूह, आव्यूह गुणन के अन्तर्गत $\mathbb{R}$ पर दिया है । नियत कीजिए $A \in GL_2(\mathbb{R})$.

विचार कीजिए कि प्रतिचित्रण

$$f : GL_2(R) \to GL_2(R)$$
$$B \to ABA^{-1}$$

निम्नलिखित में से कौन सा एक सही है ?

(a) f एकैकी है परन्तु आच्छादक नहीं है

(b) f आच्छादक है परन्तु एकैकी नहीं है

(c) f एकैकी और आच्छादक है

(d) f न तो एकैकी है और न ही आच्छादक है

100. यदि $\vec{h}$ कोई स्वेच्छ सदिश है, तो समीकरण $\vec{x} \cdot \vec{a} = p$ का व्यापक हल क्या है ?

(a) $(\vec{h} \times \vec{a}) + p\dfrac{\vec{a}}{a^2}$

(b) $(\vec{h} \times \vec{a}) - p\dfrac{\vec{a}}{a^2}$

(c) $-(\vec{h} \times \vec{a}) + p\dfrac{\vec{a}}{a}$

(d) $(\vec{h} \times \vec{a}) + p\dfrac{\vec{a}}{a}$

SPACE FOR ROUGH WORK

कच्चे काम के लिए जगह

SPACE FOR ROUGH WORK

कच्चे काम के लिए जगह

SPACE FOR ROUGH WORK

कच्चे काम के लिए जगह

SPACE FOR ROUGH WORK

कच्चे काम के लिए जगह

जब तक आपको यह परीक्षण पुस्तिका खोलने को न कहा जाए तब तक न खोलें

टी.बी.सी. : N-DTQ-K-OCV

परीक्षण पुस्तिका अनुक्रम

A

परीक्षण पुस्तिका

गणित

समय : दो घण्टे *पूर्णांक : 300*

अनुदेश

1. **परीक्षा प्रारम्भ होने के तुरन्त बाद, आप इस परीक्षण पुस्तिका की पड़ताल अवश्य कर लें कि इसमें कोई बिना छपा, फटा या छूटा हुआ पृष्ठ अथवा प्रश्नांश आदि न हो । यदि ऐसा है, तो इसे सही परीक्षण पुस्तिका से बदल लीजिए ।**
2. **उत्तर-पत्रक में सही स्थान पर परीक्षण पुस्तिका अनुक्रम A, B, C या D यथास्थिति स्पष्ट रूप से कूटबद्ध कीजिए ।**
3. इस परीक्षण पुस्तिका पर साथ में दिए गए कोष्ठक में आपको अपना अनुक्रमांक लिखना है । परीक्षण पुस्तिका पर ***और कुछ न*** लिखें ।
4. इस परीक्षण पुस्तिका में **100** प्रश्नांश (प्रश्न) दिए गए हैं । प्रत्येक प्रश्नांश **हिन्दी** और **अंग्रेजी** में छपा है । प्रत्येक प्रश्नांश में चार प्रत्युत्तर (उत्तर) दिए गए हैं । इनमें से एक प्रत्युत्तर को चुन लें जिसे आप उत्तर-पत्रक पर अंकित करना चाहते हैं । यदि आपको ऐसा लगे कि एक से अधिक प्रत्युत्तर सही हैं तो उस प्रत्युत्तर को अंकित करें जो आपको सर्वोत्तम लगे । प्रत्येक प्रश्नांश के लिए ***केवल एक ही*** प्रत्युत्तर चुनना है ।
5. आपको अपने सभी प्रत्युत्तर अलग से दिए गए उत्तर-पत्रक पर ***ही*** अंकित करने हैं । उत्तर-पत्रक में दिए गए निर्देश देखिए ।
6. सभी प्रश्नांशों के अंक समान हैं ।
7. इससे पहले कि आप परीक्षण पुस्तिका के विभिन्न प्रश्नांशों के प्रत्युत्तर उत्तर-पत्रक पर अंकित करना शुरू करें, आपको प्रवेश प्रमाण-पत्र के साथ प्रेषित अनुदेशों के अनुसार कुछ विवरण उत्तर-पत्रक में देने हैं ।
8. आप अपने सभी प्रत्युत्तरों को उत्तर-पत्रक में भरने के बाद तथा परीक्षा के समापन पर ***केवल उत्तर-पत्रक*** अधीक्षक को सौंप दें । आपको अपने साथ परीक्षण पुस्तिका ले जाने की अनुमति है ।
9. कच्चे काम के लिए पत्रक परीक्षण पुस्तिका के अंत में संलग्न हैं ।
10. **गलत उत्तरों के लिए दण्ड :**

    वस्तुनिष्ठ प्रश्न-पत्रों में उम्मीदवार द्वारा दिए गए गलत उत्तरों के लिए दण्ड दिया जाएगा ।

    (i) प्रत्येक प्रश्न के लिए चार वैकल्पिक उत्तर हैं । उम्मीदवार द्वारा प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए गए एक गलत उत्तर के लिए प्रश्न हेतु नियत किए गए अंकों का **एक-तिहाई (0·33)** दण्ड के रूप में काटा जाएगा ।

    (ii) यदि कोई उम्मीदवार एक से अधिक उत्तर देता है, तो इसे **गलत उत्तर** माना जाएगा, यद्यपि दिए गए उत्तरों में से एक उत्तर सही होता है, फिर भी उस प्रश्न के लिए उपर्युक्तानुसार ही उसी तरह का दण्ड दिया जाएगा ।

    (iii) यदि उम्मीदवार द्वारा कोई प्रश्न हल नहीं किया जाता है, अर्थात् उम्मीदवार द्वारा उत्तर नहीं दिया जाता है, तो उस प्रश्न के लिए **कोई दण्ड नहीं** दिया जाएगा ।

जब तक आपको यह परीक्षण पुस्तिका खोलने को न कहा जाए तब तक न खोलें

Note : English version of the instructions is printed on the front cover of this Booklet.