Sl. No. 267

CS (MAIN) EXAM, 2010

C–DTN–K–QZA

PHYSICS

Paper—I

Time Allowed : Three Hours	Maximum Marks : 300

INSTRUCTIONS

Each question is printed both in Hindi and in English.

Answers must be written in the medium specified in the Admission Certificate issued to you, which must be stated clearly on the cover of the answer-book in the space provided for the purpose. No marks will be given for the answers written in a medium other than that specified in the Admission Certificate.

Candidates should attempt Question Nos. ***1*** *and* ***5*** *which are compulsory, and any* ***three*** *of the remaining questions selecting at least* ***one*** *question from each Section.*

The number of marks carried by each question is indicated at the end of the question.

Assume suitable data if considered necessary and indicate the same clearly.

Symbols/notations carry their usual meanings, unless otherwise indicated.

ध्यान दें : अनुदेशों का हिन्दी रूपान्तर इस प्रश्न-पत्र के पिछले पृष्ठ पर छपा है।

Section—A

1. Answer all the six below : 10×6=60

(a) A uniform solid sphere of radius R having moment of inertia I about its diameter is melted to form a uniform disc of thickness t and radius r. The moment of inertia of the disc about an axis passing through its edge and perpendicular to the plane is also equal to I. Show that the radius r of the disc is given by $r = \frac{2R}{\sqrt{15}}$.

(b) Two thin symmetrical lenses of two different natures (convex and concave) and of different materials have equal radii of curvature $R = 15$ cm. The lenses are put close together and immersed in water ($\mu_w = 4/3$). The focal length of the system in water is 30 cm. Show that the difference between the refractive indices of two lenses is 1/3.

(c) What is the significance of the null result of Michelson-Morley experiment? Does it disprove the existence of ether? Justify.

(d) An optical beam of spectral width 7·5 GHz at wavelength $\lambda = 600$ nm is incident normally on Fabry-Perot etalon of thickness 100 mm. Taking refractive index unity, find the number of axial modes which can be supported by the etalon.

खण्ड—क

1. निम्नलिखित छहों प्रश्नों के उत्तर दीजिए : 10×6=60

(क) R त्रिज्या के एकसमान ठोस गोले को, जिसका उसके व्यास के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण I है, गलाकर एक एकसमान चक्रिका का रूप दिया गया है जिसकी मोटाई t तथा त्रिज्या r है। चक्रिका-तल के लंबवत् एवं उसकी परिधि को छूते हुए अक्ष के सापेक्ष चक्रिका का जड़त्व आघूर्ण भी I के बराबर है। दिखाइए कि चक्रिका की त्रिज्या r व्यक्त होती है $r = \dfrac{2R}{\sqrt{15}}$ द्वारा।

(ख) दो भिन्न प्रकार (उत्तल एवं अवतल) एवं भिन्न पदार्थों के पतले सममित लेंसों की वक्रता त्रिज्याएँ एकसमान $R = 15$ cm हैं। लेंसों को जल ($\mu_w = 4/3$) में निमज्जित परस्पर सन्निकट रखा गया है। जल में इस तंत्र की फोकस दूरी 30 cm है। दर्शाइए कि दोनों लेंसों के अपवर्तनांकों में अंतर 1/3 है।

(ग) माइकेल्सन-मोर्ले प्रयोग में शून्य परिणाम का क्या महत्त्व है? क्या यह ईथर के अस्तित्व को अस्वीकार करता है? औचित्य बताइए।

(घ) एक प्रकाश-पुंज, जिसकी स्पेक्ट्रमी चौड़ाई 7·5 GHz, तरंगदैर्घ्य $\lambda = 600$ nm पर है, 100 mm मोटाई के फैबरी-पेरॉट एटालॉन पर अभिलंबवत् आपतन करता है। अपवर्तनांक एकांक मानते हुए, एटालॉन द्वारा आधारित होने वाली अक्षीय विधाओं की संख्या ज्ञात कीजिए।

(e) An unpolarized light beam of intensity 1000 W/m^2 is incident on an ideal linear polarizer with its transmission axis parallel to vertical direction. Describe an experiment to reduce the intensity of light beam to 500 W/m^2.

(f) What should be the refractive index of cladding of an optical fibre with numerical aperture 0·5 with refractive index of core as 1·5 ?

2. (a) What are Eulerian angles?

A body with rotational symmetry about an axis is rotating under gravity about a point on the axis without friction. What are the quantities remaining constant during the motion? Find them in terms of suitable Eulerian angles.

Explain 'precession' and 'nutation' of such a body. 25

(b) (i) A planet revolves around the Sun in an elliptic orbit of eccentricity e. If T is the time period of the planet, find the time spent by the planet between the ends of the minor axis close to the Sun. 10

(ii) When a sphere of radius r falls down a homogeneous viscous fluid of unlimited extent with the terminal velocity v, the retarding viscous force acting on the sphere depends on the coefficient of

(ङ) एक 1000 W/m^2 तीव्रता का अध्रुवित प्रकाश-पुंज एक आदर्श रेखीय ध्रुवक पर, जिसका संचारण अक्ष ऊर्ध्वाधर दिशा के समान्तर है, आपतन करता है। एक ऐसे प्रयोग का वर्णन कीजिए, जिससे प्रकाश-पुंज की तीव्रता को 500 W/m^2 तक कम किया जा सके।

(च) एक प्रकाशीय तन्तु के, जिसका संख्यात्मक द्वारक 0·5 तथा क्रोड का अपवर्तनांक 1·5 है, परिनिधान का अपवर्तनांक क्या होना चाहिए?

2. (क) ऑयलरी कोण क्या होते हैं?

एक अक्ष के सापेक्ष घूर्णनी सममिति वाला एक पिंड अक्ष पर स्थित एक बिन्दु के सापेक्ष गुरुत्व के अंतर्गत बिना घर्षण के घूम रहा है। गति की अवधि में कौन-सी राशियाँ स्थिर बनी रहती हैं? इनको समुचित ऑयलरी कोणों के पदों में ज्ञात कीजिए।

ऐसे पिंड के लिए 'पुरस्सरण' एवं 'अक्ष-विचलन' को स्पष्ट कीजिए। 25

(ख) *(i)* एक ग्रह सूर्य के चारों ओर दीर्घवृत्तीय कक्ष में, जिसकी उत्केंद्रता e है, घूम रहा है। यदि ग्रह की काल-अवधि T है, तो ग्रह द्वारा सूर्य के समीप लघु अक्ष के सिरों तक चलने में लगने वाला समय ज्ञात कीजिए। 10

(ii) जब r त्रिज्या का एक गोला किसी समांगी विस्कासी तरल, जो असीमित विस्तृति का है, में अंतिम वेग v से नीचे गिरता है, तब गोले पर लगने वाला मंदक विस्कासी बल विस्कासी गुणांक η, गोले की त्रिज्या r

viscosity η, the radius r and its velocity v. Show how Stokes' law was arrived at connecting these quantities from the dimensional considerations. 10

(c) In the propagation of longitudinal waves in a fluid contained in an infinitely long tube of cross-section A, show that

$$\rho = \rho_0\left(1 - \frac{\partial \xi}{\partial x}\right)$$

where, ρ_0 = equilibrium density

ρ = density of the fluid in the disturbed state

$\frac{\partial \xi}{\partial x}$ = volume strain $\left(\left|\frac{\partial \xi}{\partial x}\right| << 1\right)$ 15

3. (a) If a photon of frequency ν collides with an electron of mass m_0 at rest, it will be scattered at some angle θ with a new frequency ν'. Show that the change in wavelength is related to the scattering angle by the formula

$$\lambda' - \lambda = 2\lambda_C \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

where $\lambda_C = \frac{h}{m_0 c}$ is known as the Compton wavelength. 20

(b) Show that two convex lenses of the same material kept separated by a distance a, which is equal to the average of two focal lengths, may be used as an achromat, that is, $a = \frac{1}{2}(f_1 + f_2)$. 10

तथा उसके वेग v पर निर्भर करता है। दर्शाइए कि स्टोक्स का नियम विमीय दृष्टि से, इन राशियों में सम्बन्ध स्थापित करते हुए कैसे प्राप्त किया गया था। 10

(ग) एक अनंत लम्बाई एवं अनुप्रस्थ काट A वाली नलिका के भीतर तरल में अनुदैर्घ्य तरंगों के संचारण में दिखाइए कि

$$\rho = \rho_0\left(1 - \frac{\partial \xi}{\partial x}\right)$$

जहाँ, ρ_0 = साम्यावस्था घनत्व

ρ = विक्षुब्ध अवस्था में तरल का घनत्व

$\frac{\partial \xi}{\partial x}$ = आयतनी विकृति $\left(\left|\frac{\partial \xi}{\partial x}\right| << 1\right)$ 15

3. (क) आवृत्ति ν का एक फ़ोटॉन, स्थिर अवस्था वाले एक इलेक्ट्रॉन जिसका द्रव्यमान m_0 है, से टकराता है, तब वह एक नई आवृत्ति ν' से किसी कोण θ पर प्रकीर्ण होगा। दर्शाइए कि तरंगदैर्घ्य में परिवर्तन प्रकीर्णन कोण से निम्नलिखित सूत्र द्वारा सम्बन्धित होगा

$$\lambda' - \lambda = 2\lambda_C \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

जहाँ $\lambda_C = \frac{h}{m_0 c}$, कॉम्पटन तरंगदैर्घ्य कहलाता है। 20

(ख) दर्शाइए कि दो उत्तल लेंसों को, जो एक ही पदार्थ के बने हैं और एक-दूसरे से दूरी a पर हैं, जो दोनों फोकस दूरियों के औसत के बराबर है, एक अवर्णक लेंस के रूप में प्रयोग किया जा सकता है, अर्थात् $a = \frac{1}{2}(f_1 + f_2)$. 10

(c) Describe Michelson interferometer for evaluation of coherence length of an optical beam. Calculate coherence length of a light beam of wavelength 600 nm with spectral width of 0·01 nm. 20+10

4. (a) Obtain the expression for the primary focal length of Fresnel zone plate. 20

(b) Show that two light beams polarized in perpendicular directions will not interfere. 15

(c) A laser beam of 1 micrometer wavelength with 3 megawatts power of beam diameter 10 mm is focussed by a lens of focal length 50 mm. Evaluate the electric field associated with the light beam at the focal point.

(Dielectric permittivity of free space, $\varepsilon_0 = 8 \cdot 8542 \times 10^{-12}\ C^2/N\text{-}m^2$) 25

Section—B

5. Answer all the six below : 10×6=60

(a) Obtain Poisson's equation in electrostatics from Gauss' law. What form does it take when the charge density is zero?

(ग) किसी प्रकाश-पुंज की संबद्धता लंबाई ज्ञात करने के लिए माइकेल्सन व्यतिकरणमापी का वर्णन कीजिए। एक प्रकाश-पुंज की, जिसका तरंगदैर्घ्य 600 nm तथा स्पेक्ट्रमी चौड़ाई 0·01 nm है, संबद्धता लंबाई की गणना कीजिए। 20+10

4\. (क) फ्रेनल ज़ोन पट्टिका की प्राथमिक फोकस दूरी के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए। 20

(ख) दिखाइए कि दो प्रकाश-पुंज, जो लंबवत् दिशाओं में ध्रुवित हैं, व्यतिकरण नहीं करेंगे। 15

(ग) एक लेसर पुंज को, जिसका व्यास 10 mm, तरंगदैर्घ्य 1 μm तथा शक्ति 3 मेगावाट है, एक 50 mm फोकस दूरी वाले लेंस से फोकस किया गया है। फोकस बिन्दु पर प्रकाश-पुंज से सम्बन्धित विद्युत्-क्षेत्र ज्ञात कीजिए।

(मुक्त अवकाश का परावैद्युतांक,

$\varepsilon_0 = 8 \cdot 8542 \times 10^{-12}\ C^2/N\text{-}m^2$) 25

खण्ड—ख

5\. निम्नलिखित छहों प्रश्नों के उत्तर दीजिए : 10×6=60

(क) गाउस नियम से स्थिर वैद्युतिकी में प्वासों समीकरण प्राप्त कीजिए। जब आवेश घनत्व शून्य हो, तब इसका रूप कैसा होता है?

(b) A wire of length 2 m is perpendicular to X-Y plane. It is moved with a velocity $\vec{V} = (2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k})$ m s^{-1} through a region of uniform induction $\vec{B} = (\vec{i} + 2\vec{j})$ W m^{-2}. Compute the potential difference between the ends of the wire.

(c) What happens if the primary winding of a transformer is connected to a battery?

(d) 1 kmol of an ideal gas is compressed isothermally at 400 K from 100 kPa to 1000 kPa in a piston and cylinder arrangement. Calculate the entropy change of the gas, the entropy change of the surroundings and the total entropy change resulting from the process if the process is mechanically reversible and the surroundings consist of a heat reservoir at 400 K.

(e) Calculate the change in pressure for a change in freezing point of water equal to $-0{\cdot}91$ °C. Given, the increase of specific volume when 1 gm of water freezes into ice is 0·091 cc/gm and latent heat of fusion of ice is 80 cal/gm.

(f) Calculate the number of different arrangements of 10 indistinguishable particles in 15 cells of equal a priori probability, considering that one cell contains only one particle.

(ख) एक 2 m लंबा तार X-Y समतल के अभिलंबवत् है। इसको एकसमान प्रेरण क्षेत्र, $\vec{B} = (\vec{i} + 2\vec{j})$ W m^{-2} में वेग $\vec{V} = (2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k})$ m s^{-1} से गति दी गई है। इस तार के सिरों के मध्य विभवांतर की गणना कीजिए।

(ग) एक परिणामित्र के प्राथमिक कुंडलन को एक बैटरी से जोड़ देने पर क्या होता है?

(घ) एक पिस्टन तथा सिलिंडर व्यवस्था में किसी आदर्श गैस के 1 kmol का 400 K पर 100 kPa से 1000 kPa तक समतापी संपीडन किया गया है। गैस की एन्ट्रॉपी में परिवर्तन, परिवेश की एन्ट्रॉपी में परिवर्तन तथा प्रक्रम के परिणामस्वरूप संपूर्ण एन्ट्रॉपी में परिवर्तन की गणना कीजिए, यदि प्रक्रम यांत्रिक रूप से उत्क्रमणीय है तथा परिवेश 400 K पर ताप-कुंड है।

(ङ) जल के हिमांक में –0·91 °C परिवर्तन के लिए दाब-परिवर्तन की गणना कीजिए। यह दिया गया है कि 1 gm जल जब बर्फ बनता है, तब विशिष्ट आयतन में वृद्धि 0·091 cc/gm है तथा बर्फ की गलन गुप्त-ऊष्मा 80 cal/gm है।

(च) 10 अविभेद्य कणों को एकसमान ए प्रायोरी प्रायिकता वाले 15 कोशिकाओं में कितनी संख्या में विभिन्न रूप से व्यवस्थित किया जा सकता है? यह कल्पना कीजिए कि एक कोशिका में केवल एक ही कण स्थापित किया जा सकता है।

6. *(a)* What is meant by a dielectric? Define polarization vector P and relate it with the average molecular dipole moment. Obtain expression for the potential due to a polarized dielectric in terms of the polarization vector. 20

(b) Discuss the growth of current when an e.m.f. is suddenly applied to a circuit containing resistance, inductance and capacitance in series. What is the time constant of the circuit? 20

(c) A series circuit has an inductance of 200 microhenries, a capacitance of 0·0005 microfarad and a resistance of 10 ohms. Find the resonant frequency and quality factor of the circuit. 20

7. *(a)* Using Maxwell's field equations for a homogeneous non-conducting medium, derive the wave equation for the electric field. Calculate the velocity of EM wave in free space. 20

(b) Explain the term 'Poynting vector' and state the significance of Poynting theorem. 20

(c) Calculate the skin depth for radio waves in free space of wavelength 3 m in copper, given that electrical conductivity for copper is $6 \times 10^{7}\ \Omega^{-1}\ \text{m}^{-1}$. 20

6. (क) परावैद्युत से क्या तात्पर्य है? ध्रुवण सदिश P की परिभाषा दीजिए। इसका औसत आणविक द्विध्रुव आघूर्ण से क्या सम्बन्ध है? एक ध्रुवित परावैद्युत के कारण विभव के लिए ध्रुवण सदिश के पदों में व्यंजक प्राप्त कीजिए। 20

(ख) जब एक परिपथ में, जिसमें प्रतिरोधक, प्रेरक तथा संधारित्र श्रेणीक्रम में जोड़े गए हों, एक ई० एम० एफ० आकस्मिक रूप से आरोपित किया गया हो, तब उसमें धारा-वृद्धि की व्याख्या कीजिए। परिपथ का कालांक क्या है? 20

(ग) एक श्रेणी परिपथ में 200 माइक्रोहेनरी का प्रेरकत्व, 0·0005 माइक्रोफैराड की धारिता तथा 10 ओम का एक प्रतिरोध है। इस परिपथ की अनुनाद आवृत्ति तथा गुणता गुणक ज्ञात कीजिए। 20

7. (क) एक समांगी कुचालक माध्यम के लिए मैक्सवेल क्षेत्र समीकरणों का प्रयोग करते हुए विद्युत्-क्षेत्र के तरंग समीकरण को व्युत्पन्न कीजिए। मुक्त अवकाश में विद्युत्-चुम्बकीय तरंग के वेग की गणना कीजिए। 20

(ख) 'प्वाइन्टिंग सदिश' पद को स्पष्ट कीजिए तथा प्वाइन्टिंग प्रमेय के महत्त्व को बताइए। 20

(ग) मुक्त अवकाश में 3 m तरंगदैर्घ्य की रेडियो तरंग के लिए ताँबे में त्वचा गहराई की गणना कीजिए। दिया है ताँबे की विद्युत् चालकता, $6 \times 10^7 \ \Omega^{-1} \ m^{-1}$. 20

8. *(a)* Consider one mole of an ideal gas whose pressure changes with volume as $P = \alpha V$, where α is a constant. If it is expanded such that its volume increases m times, find the change in internal energy, work done by the gas and heat capacity of the gas. 25

(b) Derive an expression for the thermal efficiency of a reversible heat engine operating on the Diesel cycle with an ideal gas of constant heat capacity as the working medium. 25

(c) Consider the following statement :

"The Fermi energy of a given material is the energy of that quantum state which has the probability equal to $\frac{1}{2}$ of being occupied by the conduction electrons."

Is the above statement correct? Give reasons for your answer. 10

8. (क) एक आदर्श गैस के 1 mole पर ध्यान दीजिए, जिसका दाब-आयतन परिवर्तन व्यक्त होता है, $P = \alpha V$ से, जहाँ α एक स्थिरांक है। यदि इसको इस प्रकार प्रसारित किया जाय कि इसका आयतन m गुना बढ़ जाय, तब इसके आंतरिक ऊर्जा में परिवर्तन, गैस द्वारा संपन्न कार्य तथा गैस की ऊष्मा धारिता ज्ञात कीजिए। 25

(ख) स्थिर ऊष्मा धारिता वाली एक आदर्श गैस को कार्यकारी माध्यम मानते हुए एक उत्क्रमणीय ऊष्मा इंजन, जो डीज़ल चक्र पर चलता है, की ऊष्मीय दक्षता के लिए एक व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए। 25

(ग) निम्नलिखित कथन पर ध्यान दीजिए :

"किसी दिए गए पदार्थ की फ़र्मी ऊर्जा, उस क्वांटम अवस्था की ऊर्जा होती है जिसमें चालक इलेक्ट्रॉनों के स्थानापन्न होने की प्रायिकता $\frac{1}{2}$ के बराबर होती है।"

क्या उपर्युक्त कथन सही है? अपने उत्तर का कारण बताइए। 10

★ ★ ★

C–DTN–K–QZA

भौतिकी

प्रश्न-पत्र—I

समय : तीन घण्टे

पूर्णांक : 300

अनुदेश

प्रत्येक प्रश्न हिन्दी और अंग्रेजी दोनों में छपा है।

प्रश्नों के उत्तर उसी माध्यम में लिखे जाने चाहिए, जिसका उल्लेख आपके प्रवेश-पत्र में किया गया है, और इस माध्यम का स्पष्ट उल्लेख उत्तर-पुस्तक के मुख-पृष्ठ पर अंकित निर्दिष्ट स्थान पर किया जाना चाहिए। प्रवेश-पत्र पर उल्लिखित माध्यम के अतिरिक्त अन्य किसी माध्यम में लिखे गए उत्तर पर कोई अंक नहीं मिलेंगे।

*प्रश्न संख्या **1** और **5** अनिवार्य हैं। बाकी प्रश्नों में से प्रत्येक खण्ड से कम-से-कम **एक** प्रश्न चुनकर किन्हीं **तीन** प्रश्नों के उत्तर दीजिए।*

प्रत्येक प्रश्न के लिए नियत अंक प्रश्न के अंत में दिए गए हैं।

यदि आवश्यक हो, तो उपयुक्त आँकड़ों का चयन कीजिए तथा उनको निर्दिष्ट कीजिए।

प्रतीक/संकेत प्रचलित अर्थों में प्रयुक्त हैं, अन्यथा निर्दिष्ट हैं।

Note : English version of the Instructions is printed on the front cover of this question paper.