CS (MAIN) EXAM, 2010

Sl. No. **5**

C-DTN-K-TUB

STATISTICS

Paper II

Time Allowed : Three Hours | *Maximum Marks : 300*

INSTRUCTIONS

Each question is printed both in Hindi and in English.

Answers must be written in the medium specified in the Admission Certificate issued to you, which must be stated clearly on the cover of the answer-book in the space provided for the purpose. No marks will be given for the answers written in a medium other than that specified in the Admission Certificate.

Candidates should attempt Question Nos. 1 and 5 which are compulsory, and any ***three*** *of the remaining questions selecting at least* ***one*** *question from each Section.*

Assume suitable data if considered necessary and indicate the same clearly.

Symbols/notations used carry usual meaning, unless otherwise indicated.

Charts/figures, wherever required, are to be drawn in the answer book itself and not on separate graph sheet.

The number of marks carried by each question is indicated at the end of the question.

ध्यान दें : अनुदेशों का हिन्दी रूपान्तर इस प्रश्न-पत्र के पिछले पृष्ठ पर छपा है।

Section 'A'

1. Attempt any *five* of the following : 12×5=60

(a) If i is a recurrent state with period t with a given mean recurrence time μ_{ii}, then show that

$$\lim_{n \to \infty} p_{ii}^{nt} = \frac{t}{\mu_{ii}}$$

(b) In (M/M/1) : (∞/FCFS) queuing model, obtain the expression for the probability that there are n units in the system at any time.

(c) What is rectifying inspection plan ? Obtain the expressions for AOQ and ATI, with reference to a single sampling plan for attributes.

(d) Solve graphically the following linear programming problem :

$$\begin{aligned} \textit{Min } & Z = 3x_1 + 5x_2 \\ \textit{subject to } & -3x_1 + 4x_2 \leq 12 \\ & 2x_1 - x_2 \geq -2 \\ & 2x_1 + 3x_2 \geq 12 \\ & x_1 \leq 4,\ x_2 \geq 2, \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

(e) Explain fixed order quantity approach and periodic review approach in Inventory control.

(f) Explain the replacement policy for item whose running cost increases with time but value of money changes with constant rate during the period.

खण्ड 'क'

1. निम्नलिखित में से किन्हीं **पांच** के उत्तर दीजिए। 12×5=60

(क) यदि i दिये हुए माध्य पुनरावृत्ति काल μ_{ii} के साथ आवर्तकाल t वाली एक पुनरावर्ती अवस्था है, तो सिद्ध कीजिए कि $\lim_{n \to \infty} p_{ii}^{nt} = \frac{t}{\mu_{ii}}$

(ख) पंक्ति निदर्श (M/M/1) : (∞/FCFS) के लिए, किसी भी समय निकाय में n इकाइयों के होने की प्रायिकता के लिए व्यंजक ज्ञात कीजिए।

(ग) परिशोधक निरीक्षण आयोजना क्या है ? गुणों के लिए एक एकल प्रविचयन आयोजना के संदर्भ में औसत निर्गमनी गुणता और औसत संपूर्ण निरीक्षण के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए।

(घ) निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेखीय तरीके से हल कीजिए :

$$\begin{aligned} \textit{Min } Z &= 3x_1 + 5x_2 \\ \textit{subject to } \quad & -3x_1 + 4x_2 \leq 12 \\ & 2x_1 - x_2 \geq -2 \\ & 2x_1 + 3x_2 \geq 12 \\ & x_1 \leq 4,\ x_2 \geq 2, \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

(ङ) तालिका नियंत्रण में निश्चित मांगी गई मात्रा विधि और आवर्ती पुनरवलोकन विधि की व्याख्या कीजिए।

(च) ऐसे मद्द के लिए जिसकी चालू लागत समय के साथ बढ़ती जाती है परंतु अवधि के दौरान धन का मान अचर दर से बदलता है प्रतिस्थापन नीति की व्याख्या कीजिए।

2. (a) Explain assignment problem and transportation problem. Give its mathematical formulation. 10

(b) At time zero, all items in a system are new. Each item has a probability p of failing immediately before the end of the first month of life, and a probability $q = 1 - p$ of failing immediately before the end of the second month (i.e., all items fail by the end of the second month). If all items are replaced as they fail, then show that the expected number of failures $f(x)$ at the end of month x is given by

$$f(x) = \frac{N}{1+q}\left[-(-q)^{x+1}\right]$$

where N is the number of items in the system. 20

(c) State and prove Fundamental theorem of game theory. 10

(d) Suppose there is a product of brands A and B respectively. Let each of these two brands have exactly 50 per cent of the total market in same period and let the market be of a fixed size. The transition matrix is given below :

$$\text{From}\; \begin{matrix} & \text{To} \\ & \begin{matrix} A & B \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0\cdot9 & 0\cdot1 \\ 0\cdot5 & 0\cdot5 \end{pmatrix} \end{matrix}.$$

If the initial market share breakdown is 50% for each brand, then determine their market shares in the steady-state. 20

2. (क) नियतन समस्या और परिवहन समस्या को बताइए। इसके गणितीय संरूप को दीजिए। 10

(ख) शून्य काल पर एक निकाय में सभी इकाइयां नई हैं। प्रत्येक इकाई के जीवन के प्रथम माह के अंत से ठीक पहले खराब होने की प्रायिकता p है और दूसरे माह के अंत से ठीक पहले खराब होने की प्रायिकता $q = 1 - p$ है (अर्थात् सभी इकाइयां दूसरे माह के अंत तक खराब होती हैं)। यदि सभी इकाइयां जो खराब होती हैं बदल दी जाती हैं, तो सिद्ध कीजिए कि माह x के अंत पर असफलताओं की प्रत्याशित संख्या $f(x)$,

$$f(x) = \frac{N}{1+q}\left[-(-q)^{x+1}\right]$$

द्वारा दी जायेगी, जहां कि N निकाय में इकाइयों की संख्या है। 20

(ग) खेल सिद्धांत के मूल प्रमेय को लिखिए और सिद्ध कीजिए। 10

(घ) मान लीजिए कि क्रमशः ट्रेडमार्क A और B की उत्पाद हैं। माना कि एक अवधि में इन दोनों ट्रेडमार्कों में से प्रत्येक ट्रेडमार्क संपूर्ण बाजार के ठीक 50 प्रतिशत के हिस्सेदार है और मान लीजिए कि बाजार एक निश्चित आमाप का है। संक्रमण आव्यूह नीचे दिया है :

तक

$$\text{से}\ \begin{array}{c} \\ A \\ B \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cc} A & B \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0\cdot9 & 0\cdot1 \\ 0\cdot5 & 0\cdot5 \end{pmatrix} \end{array}$$

यदि प्रत्येक ट्रेडमार्क का आरंभिक बाजार हिस्सा 50% है, तो स्थायी अवस्था में बाजार में इनके हिस्सों को मालूम कीजिए। 20

3\. (a) For any zero-sum two-persons game where the optimal strategies are not pure strategies and for which A's pay-off matrix is

			B	
			y_1	y_2
			I	II
A	x_1	I	a_{11}	a_{12}
	x_2	II	a_{21}	a_{22}

Show that the optimal strategies are (x_1, x_2) and (y_1, y_2) given by

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{a_{22} - a_{21}}{a_{11} - a_{12}} \text{ and } \frac{y_1}{y_2} = \frac{a_{22} - a_{12}}{a_{11} - a_{21}}$$

and the value of the game to A is given by

$$v = \frac{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}{(a_{11} + a_{22}) - (a_{12} + a_{21})}.$$ 25

(b) A repairman is to be hired to repair machines that breakdown following a Poisson process with an average rate of four per hour. The cost of non-productive machine is Rs. 90 per hour. The company has the option of choosing either a fast repairman who charges Rs. 60 per hour and repairs machines at the rate of 7 per hour or a slow repairman who charges Rs. 30 per hour and repairs machines at the rate of 5 per hour. Taking the cost in to the consideration find which repairman should be hired. 20

3. (क) किसी शून्य-योग द्वि-व्यक्ति खेल के लिए जहां कि इष्टतम युक्तियां अविकल्पी युक्तियां नहीं हैं और जिनके लिए A का भुगतान आव्यूह है

			B	
			y_1	y_2
			I	II
A	x_1	I	a_{11}	a_{12}
	x_2	II	a_{21}	a_{22}

सिद्ध कीजिए कि इष्टतम युक्तियां (x_1, x_2) और (y_1, y_2) हैं और दी गई हैं

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{a_{22} - a_{21}}{a_{11} - a_{12}} \text{ और } \frac{y_1}{y_2} = \frac{a_{22} - a_{12}}{a_{11} - a_{21}}$$

और A के लिए खेल का मान

$$v = \frac{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}{(a_{11} + a_{22}) - (a_{12} + a_{21})}$$ द्वारा दिया है। 25

(ख) उन मशीनों को ठीक करने के लिए एक मरम्मत करने वाले को भाड़े पर रखना है जो कि प्रति घण्टे चार की औसत दर के साथ एक प्वॉसों प्रक्रम के अनुसार खराब होती हैं। अनुत्पादी मशीन की लागत प्रतिघण्टे 90 रुपये है। कंपनी के पास चुनने का विकल्प है या तो एक तेज मरम्मत करने वाले को जो कि प्रति घण्टे 60 रुपये लेता है और प्रति घण्टे 7 की दर से मशीनों की मरम्मत करता है या एक विलंबकारी मरम्मत करने वाले को जो कि प्रतिघण्टे 30 रुपये लेता है और प्रतिघण्टे 5 की दर से मशीनें ठीक करता है। लागत को ध्यान में रखते हुए मालूम कीजिए कि कौनसे मरम्मत करने वाले को भाड़े पर रखा जाये। 20

(c) An aircraft company uses rivets at a constant rate of 2500 per year. Each unit costs Rs. 30 and the company personnel estimate that it costs Rs. 130 to place an order, and that the carrying cost of inventory is 10% per year. How frequently should orders be placed ? Also determine the optimum size of each order. 15

4. (a) A firm manufacturing a single product has three plants *X*, *Y* and *Z*. The three plants have produced 60, 35 and 40 units respectively during this month. The firm had made commitment to sell 22 units to customer *A*, 45 units to customer *B*, 20 units to customer *C*, 18 units to customer *D* and 30 units to customer *E*. Determine the minimum possible transportation cost of shifting the manufactured products to the five customers. The net per unit cost of transporting from the three plants to five customers is given below : 25

Customer

		A	B	C	D	E
	X	4	1	3	4	4
Plant	*Y*	2	3	2	2	3
	Z	3	5	2	4	4

(ग) एक विमान कंपनी प्रति वर्ष 2500 की अचर दर से कीलकों का इस्तमाल करती है। प्रत्येक इकाई की कीमत 30 रुपये है और कंपनी कर्मचारी का अनुमान है कि मंगवाने के लिए आदेश देने की लागत 130 रुपये है, और तालिका को रखने की लागत प्रति वर्ष 10% है। मंगवाने के आदेश प्राय: कितनी बार देने चाहिए ? और प्रति आदेश का इष्टतम आमाप भी ज्ञात कीजिए। 15

4. (क) एक एकल उत्पाद का उत्पादन करने वाली एक फर्म के पास X, Y और Z तीन संयंत्र हैं। इस माह के दौरान तीनों संयंत्रों के उत्पाद क्रमश: 60, 35 और 40 इकाइयां हैं। फर्म ने बेचने का वायदा किया है 22 इकाइयां ग्राहक A को, 45 इकाइयां ग्राहक B को, 20 इकाइयां ग्राहक C को, 18 इकाइयां ग्राहक D को और 30 इकाइयां ग्राहक E को। पांचों ग्राहकों को उत्पादित उत्पादों को भेजने की न्यूनतम संभव परिवहन लागत को मालूम कीजिए। तीन संयंत्रों से पांचों ग्राहकों को भेजने की शुद्ध प्रति इकाई परिवहन लागत नीचे दी हुई है : 25

ग्राहक

		A	B	C	D	E
सयंत्र	X	4	1	3	4	4
	Y	2	3	2	2	3
	Z	3	5	2	4	4

(b) The following data (pertaining to two sub-groups of size 4), is from two different machines which are supposed to be alike. Plot the necessary charts to show whether their product would support this assumption. If they do not support this assumption, does this prove the machines are not essentially alike ? 20

	Machine-I		Machine-II	
Subgroup No.	Average	Range	Average	Range
1	2·77	0·06	2·53	0·12
2	2·7	0·29	2·67	0·3
3	2·78	0·19	2·66	0·17
4	2·67	0·12	2·57	0·25
5	2·75	0·34	2·6	0·24
6	2·77	0·23	2·6	0·05
7	2·75	0·17	2·7	0·3
8	2·73	0·06	2·56	0·04
9	2·76	0·23	2·7	0·19
10	2·63	0·2	2·67	0·08
11	2·73	0·17	2·6	0·11
12	2·73	0·28	2·63	0·14
13	2·74	0·26	2·71	0·24
14	2·72	0·13	2·63	0·31
15	2·73	0·13	2·75	0·17

Table values :

N	3	4	5
d_2	1·693	2·059	2·526
A_2	1·02	0·73	0·58

(c) Define Reliability. List out some of the problems in achieving reliability. How you will distinguish between Reliability and quality control ? 15

(ख) निम्न आंकड़े (आमाप 4 के दो उपवर्गों से संबंधित) हैं दो भिन्न मशीनों से जो कि एक सी मानी जाती हैं। यह दिखाने के लिए क्या उनके उत्पाद इस कल्पना का समर्थन करेंगे आवश्यक चार्टों का आलेख कीजिए। यदि ये इस कल्पना का समर्थन नहीं करते हैं, क्या इस से सिद्ध होता है कि मशीनें तत्वत: समान नहीं हैं ? 20

	मशीन-I		मशीन-II	
उपवर्ग संख्या	माध्य	परास	माध्य	परास
1	2·77	0·06	2·53	0·12
2	2·7	0·29	2·67	0·3
3	2·78	0·19	2·66	0·17
4	2·67	0·12	2·57	0·25
5	2·75	0·34	2·6	0·24
6	2·77	0·23	2·6	0·05
7	2·75	0·17	2·7	0·3
8	2·73	0·06	2·56	0·04
9	2·76	0·23	2·7	0·19
10	2·63	0·2	2·67	0·08
11	2·73	0·17	2·6	0·11
12	2·73	0·28	2·63	0·14
13	2·74	0·26	2·71	0·24
14	2·72	0·13	2·63	0·31
15	2·73	0·13	2·75	0·17

सारणी मान :

N	3	4	5
d_2	1·693	2·059	2·526
A_2	1·02	0·73	0·58

(ग) विश्वसनीयता की परिभाषा दीजिए। विश्वसनीयता प्राप्त करने में कुछ समस्याओं की सूची बनाइए। विश्वसनीयता और गुणता नियंत्रण के बीच आप कैसे अंतर्भेद करेंगे ? 15

Section 'B'

5. Answer any *five* of the following : 12×5=60

(a) What is identification problem ? Explain the rank and order conditions of identifiability.

(b) Define Time series. Explain briefly different components of Time series.

(c) Explain Quasi Stable theory of Population.

(d) Explain the concept of Auto covariance, Auto correlation and their functions. Also explain how the functions are estimated.

(e) Define Index Number. What does an Index Number mean ? Explain the uses of Index Numbers.

(f) Explain briefly the concept of path analysis. Mention their uses in Psychometry.

6. (a) Explain the concept of Validity. How one can estimate the Validity ? Explain what are the different types of validity ? Also discuss the concept of test length with respect to validity. 20

(b) What are the four important stages in ARIMA modelling of a times series data ? Explain briefly. 20

(c) What is Heteroscedasticity ? Write its nature and consequences. Describe the Spearman's rank correlation test useful for detecting Heteroscedasticity. 20

7. (a) Show that Fisher's ideal index number and Marsall Edgeworth index number lie between Laspeyre's and Paasche's index numbers. 25

खण्ड 'ख'

5. निम्नलिखित में से किन्हीं **पांच** का उत्तर दीजिए। 12×5=60

(क) अभिनिर्धारण समस्या क्या है ? अभिज्ञेयता की कोटि तथा क्रम प्रतिबंधों की व्याख्या कीजिए।

(ख) कालश्रेणी की परिभाषा दीजिए। कालश्रेणी के विभिन्न घटकों को संक्षेप में बताइए।

(ग) जनसंख्या के कल्पस्थायी सिद्धांत की व्याख्या कीजिए।

(घ) स्वसहप्रसरण, स्वसहसंबंध और इनके फलनों की संकल्पना की व्याख्या कीजिए। यह भी बताइए कि फलनों का आकलन कैसे किया जाता है।

(ङ) सूचकांक की परिभाषा दीजिए। एक सूचकांक का क्या अभिप्राय है ? सूचकांकों के उपयोगों को बताइए।

(च) पथ विश्लेषण की संकल्पना की संक्षेप में व्याख्या कीजिए। साइकोमेट्री में इनके उपयोग बताइए।

6. (क) वैधता की संकल्पना की व्याख्या कीजिए। वैधता का आकलन कैसे कर सकते हैं ? बताइए कि वैधता की विभिन्न किस्में क्या हैं ? वैधता के संदर्भ में परीक्षण लंबाई की संकल्पना की चर्चा भी कीजिए। 20

(ख) एक कालश्रेणी आंकड़ों के ARIMA निदर्शन में चार महत्वपूर्ण चरण क्या हैं ? संक्षेप में व्याख्या कीजिए। 20

(ग) विषम विचालिता क्या होती है ? इसके स्वभाव और परिणामों को लिखिए। विषम विचालिता मालूम करने के लिए उपयुक्त स्पीयरमैन कोटि सहसंबंध परीक्षण का वर्णन कीजिए। 20

7. (क) दिखाइए कि फिशर आदर्श सूचकांक और मार्सल एजवर्थ सूचकांक लास्पेयरे और पाशे सूचकांकों के बीच में रहते हैं। 25

(b) A given test has a reliability coefficient of 0·8 and standard deviation of 20.

(i) What is the maximum correlation which this test is capable of yielding as it stands ?

(ii) What is the S.E. of a score obtained on this test.

(iii) What is the estimated reliability coefficient of this test in a group in which standard deviation is 15 ?

(iv) What proportion of the variance of the scores in this test is attributable to "true" variance ? 20

(c) Explain different measures of mortality. Briefly discuss about the procedure for finding standardization of rates through direct and indirect methods. 15

8\. (a) What is Cost of living Index ? Mention the main steps in construction of the cost of living index values. How you will construct it ? Explain both the methods. 25

(b) Explain briefly the system of collection of industrial statistics in India. Also mention its reliability and limitations. 20

(c) With usual notation show that

(i) $e_x = \dfrac{\left(\sum_{n=1}^{\infty} l_{x+n}\right)}{l_x}$ (ii) $e_x^0 = \dfrac{T_x}{l_x}$

(iii) $p_x = \dfrac{e_x}{1 + e_{x+1}}$ 15

(ख) एक परीक्षण का विश्वसनीयता गुणांक 0·8 और मानक विचलन 20 हैं।

(i) अधिकतम सहसंबंध क्या है जिसके लिए यह परीक्षण देने योग्य है ?

(ii) इस परीक्षण से प्राप्त समंक की मानक त्रुटि क्या है ?

(iii) एक ऐसे समूह में जिस में मानक विचलन 15 है इस परीक्षण का आकलित विश्वसनीयता गुणांक क्या है ?

(iv) इस परीक्षण में समंकों के प्रसरण का कितना अनुपात 'विशुद्ध' प्रसरण से आरोप्य है ? 20

(ग) मर्त्यता के विभिन्न मापों की व्याख्या कीजिए। प्रत्यक्ष तथा अप्रत्यक्ष विधियों द्वारा दरों के मानकीकरण प्राप्त करने की प्रक्रिया के विषय में संक्षेप में चर्चा कीजिए। 15

8. (क) निर्वाह-सूचकांक क्या है ? निर्वाह-सूचकांक मानों की संरचना में मुख्य पदों को बताइए। आप इसकी संरचना कैसे करेंगे ? दोनों विधियों की व्याख्या कीजिए। 25

(ख) भारत में औद्योगिक आंकड़ों के संचय निकाय को संक्षेप में बताइए। इसकी विश्वसनीयता और प्रतिबंधों को भी बताइए। 20

(ग) प्रायिक संकेतनों के साथ सिद्ध कीजिए कि

(i) $e_x = \dfrac{\left(\sum\limits_{n=1}^{\infty} l_{x+n}\right)}{l_x}$ (ii) $e_x^0 = \dfrac{T_x}{l_x}$

(iii) $p_x = \dfrac{e_x}{1 + e_{x+1}}$ 15

C-DTN-K-TUB

सांख्यिकी

प्रश्न-पत्र II

समय : तीन घण्टे

पूर्णांक : 300

अनुदेश

प्रत्येक प्रश्न हिन्दी और अंग्रेजी दोनों में छपा है।

प्रश्नों के उत्तर उसी माध्यम में लिखे जाने चाहिए जिसका उल्लेख आपके प्रवेश-पत्र में किया गया है, और इस माध्यम का स्पष्ट उल्लेख उत्तर-पुस्तक के मुख-पृष्ठ पर अंकित निर्दिष्ट स्थान पर किया जाना चाहिए। प्रवेश-पत्र पर उल्लिखित माध्यम के अतिरिक्त अन्य किसी माध्यम में लिखे गए उत्तर पर कोई अंक नहीं मिलेंगे।

प्रश्न संख्या 1 और 5 अनिवार्य हैं। बाकी प्रश्नों में से प्रत्येक खण्ड से कम-से-कम **एक** प्रश्न चुनकर किन्हीं **तीन** प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

यदि आवश्यक हो तो उपयुक्त आँकड़ों का चयन कीजिए तथा उनको निर्दिष्ट कीजिए।

प्रतीकों और संकेतनों के प्रचलित अर्थ हैं, जब तक अन्यथा न कहा गया हो।

चार्ट/चित्र, जहाँ आवश्यक हो, उत्तर-पुस्तिका पर बनाइए, पृथक् ग्राफ पेपर पर **नहीं**।

प्रत्येक प्रश्न के लिए नियत अंक प्रश्न के अन्त में दिये गए हैं।

***Note** : English version of the Instructions is printed on the front cover of this question paper.*